

Conscience de la physique Physique de la conscience

Pierre Albarède*

16 avril 2015



*<http://pierre.albarede.free.fr>

[41, p. 163]

Certainement nous n'arriverons jamais au déterminisme absolu de toute chose ; l'homme ne pourrait plus exister. . . Mais la conquête intellectuelle de l'homme consiste à faire diminuer et à refouler l'indéterminisme, à mesure qu'à l'aide de la méthode expérimentale il gagne du terrain.

[59, § II.6.a, p. 129]

...on fait nécessairement violence aux processus de l'esprit quand on veut qu'ils viennent s'agencer dans l'espace et le temps sur un mode déterminé.

[17]

Correspondances

La Nature est un temple où de vivants piliers
Laissent parfois sortir de confuses paroles :
L'homme y passe à travers des forêts de symboles
Qui l'observent avec des regards familiers.

...

Table des matières

1	Physique idéaliste, neurologie matérialiste	5
2	Épistémologie	7
2.1	Symbole, nombre, suite, ensemble	7
2.2	Réalité, observateurs	10
2.3	Expérience	10
2.4	Raisonnement	10
2.5	Calcul	11
2.5.1	Fonction calculable ou programme	11
2.5.2	Ressources, chose, objet	12
2.5.3	De l'expérience au calcul	13
2.6	Paradoxe de Zénon	13
3	Mécanique	15
3.1	État, atome	15
3.2	Causalité	16
3.3	Causalité locale	18
3.4	Principe de moindre action	20
4	Physique statistique	22
4.1	Bruit, loi statistique	22
4.2	Erreur de calcul	23
4.3	Entropie et second principe	24
4.4	Mécanique statistique	26
4.5	Probabilité de probabilité	27
4.6	(Auto-)organisation	28
4.6.1	Organisation et restriction de ressources	31
4.6.2	Organisation et second principe	32
5	Échecs de la mécanique	33
5.1	Chaos et turbulence	33
5.2	Détermination de propriété	34
5.3	Démon de Maxwell	36
5.4	Objets fragiles	38

5.5	Paradoxe de Gibbs	40
5.6	Non-localité	42
5.7	Paradoxes d'identité	43
5.8	Âne de Buridan	44
6	Physique quantique	45
6.1	Résultat à une composante	45
6.1.1	Vecteur d'amplitude de probabilité, réduction et évolution	45
6.1.2	Opérateur linéaire hermitien observable	48
6.1.3	Espérance et variance de résultat	49
6.1.4	Opérateur densité	50
6.2	Physique statistique quantique	51
6.2.1	Temps	51
6.2.2	Décohérence à une composante	52
6.3	Exemples	54
6.3.1	Particule en boîte	54
6.3.2	Chat de Schrödinger, pile ou face	55
6.3.3	Lumière polarisée	55
6.4	Résultat à plusieurs composantes	57
6.4.1	Intrigante intrication	57
6.4.2	Corrélation par échange	58
6.4.3	Chaîne d'instruments, coupure de von Neumann	60
6.4.4	Décohérence à deux composantes	60
6.5	Théories physiques sympathiques	64
7	Progrès philosophique	67
7.1	Classement et hiérarchie	67
7.2	Philosophies sympathiques	68
7.3	Paradoxes résiduels	71
7.4	Liberté	71
8	Physique de la conscience	73
8.1	Ami de Wigner	73
8.2	Obstacle de la complémentarité, perche de la décohérence	73
8.3	Cinétique d'observation	74
8.4	Rétroaction de l'esprit sur la matière	78
8.5	Deux théories	81
8.5.1	Quantique	81
8.5.2	Stochastique	82
8.5.3	Complémentarité quantique-stochastique	84
8.5.4	Réalités multiples et cachées	84
9	Conclusion	86

A	Annexes	95
A.1	Kit de survie en arithmétique, algèbre, analyse et géométrie	95
A.2	Propositions controversées de von Neumann	96
A.2.1	Complétude quantique	96
A.2.2	Dissipation dans le calcul	97
A.3	La meilleure ou la pire des choses	97
A.4	La « magie » de l'intrication	98

Chapitre 1

Physique idéaliste, neurologie matérialiste

La physique ne s'accorde pas avec le matérialisme radical : en physique statistique, on utilise l'information et, en physique quantique, on utilise la conscience [106, ch. 13, p. 172, ch. 14, p. 186], *deum ex machina* [106, ch. 14, p. 188]. Ces compléments non matériels impliquent le paradoxe du démon de [James Clerk] Maxwell [25, 27, 66] et le paradoxe du chat de [Erwin] Schrödinger [89, pp. 106, 121].

En neurologie, dans la tradition de [36], on cherche des mécanismes, comme [85] :

Tire la chevillette, et la bobinette cherra.

« l'esprit [est] assujetti à l'expérience du solide naturel et manufacturé » [12, p. 41]. Dans un registre plus moderne, une excitation de neurone cause une exocytose de vésicule contenant des neurotransmetteurs [48, 49, 55], en environ 10 ms^1 [6].

Voici des paradoxes de la neurologie :

1. Paradoxe du sujet : le sujet pensant est éliminé, en désaccord avec « je pense donc je suis » [43, ch. 4, p. 54]. « Est-il concevable que le spectacle continue devant des « bancs vides » ? » [23, § I.4, p. 61]. Le paradoxe du sujet est un « problème dur » [32], étudié à la frontière ou marge des sciences [93, 23, 48, 16].
2. La connaissance de plus en plus fine des mécanismes neuraux (de bas niveau) renseigne de moins en moins sur les fonctions psychiques (de haut niveau), volonté, attention, intention, intelligence, mémoire, reliés à la conscience. Même si on trouve des corrélations entre fonctions psychiques et zones cérébrales, on ne trouve aucun mécanisme qu'on puisse reconstruire à partir de pièces détachées dans une intelligence artificielle [67] :

1. Les préfixes multiplicateurs : $k = 10^3$ (mille), $M = 10^6$ (million), $G = 10^9$ (milliard) et leurs inverses $m = 10^{-3}$, $\mu = 10^{-6}$, $n = 10^{-9}$ s'appliquent aux unités physiques, gramme (g), mètre (m), seconde (s) et leurs produits.

17. On est obligé d'ailleurs de confesser, que la *Perception* et ce qui en dépend, est *inexplicable* par des *raisons mécaniques*, c'est à dire par les figures et par les mouvements. En feignant, qu'il y ait une machine, dont la structure fasse penser, sentir, avoir perception, on pourra la concevoir agrandie en conservant les mêmes proportions, en sorte qu'on y puisse entrer comme dans un moulin. Et cela posé, on ne trouvera en la visitant au dedans que des pièces qui se poussent les unes les autres, et jamais de quoi expliquer une perception. Ainsi c'est dans la substance simple et non dans le composé, ou dans la machine, qu'il faut chercher. Aussi n'y a-t-il que cela qu'on puisse trouver dans la substance simple, c'est-à-dire les perceptions et leurs changements. C'est en cela aussi que peuvent consister toutes les actions internes des substances simples.

3. En mécanique (notamment en théorie de la relativité), on utilise la règle graduée, l'horloge et la balance. Cependant, en neurologie, on utilise paradoxalement d'autres instruments [61], incompréhensibles en mécanique : tomographie par émission de positron (TEP), imagerie par résonance magnétique nucléaire (IRM), dispositif superconducteur à interférence quantique (Superconducting Quantum Interference Device)...

Tout se passe comme si chacune des deux sciences, physique ou neurologie, ignorant crassement l'autre, cherchait à résoudre ses paradoxes en s'appuyant sur ce que l'autre rejette, esprit ou matière. Selon [90] :

Jusqu'à récemment, virtuellement toutes les tentatives de comprendre l'activité fonctionnelle du cerveau ont été basées, au moins implicitement, sur des principes de physique classique qui sont connus pour être fondamentalement faux depuis trois quarts de siècle.

Si la localisation psychique et intelligence artificielle échouent, c'est peut-être moins à cause de problèmes techniques que de principes inadéquats ou buts contradictoires, comme suit :

- Quant aux principes, la mécanique ne s'accorde pas avec « l'unicité de l'esprit » [88, ch. 4], [93, § 1.11, p. 29, § 3.6, p. 69], autrement dit, la non-localité. Lorsque je réfléchis, je fais fonctionner non seulement mon cerveau mais aussi, très souvent, un ordinateur ; l'intelligence n'est pas davantage dans un cerveau que dans un ordinateur. L'intelligence est toujours ailleurs, si on la cherche quelque part. La quête d'un centre ou le centrisme semblent aussi vains en neurologie qu'en cosmologie.
- Quant aux buts, un instrument conçu pour obéir strictement ne peut manifester simultanément une quelconque autonomie, sauf les pannes.

Même si, à cause de spécialisation [89, p. 26], peu de scientifiques en ont cure, la relation entre esprit et matière [106, pp. 171–172], [88], [58] reste un problème épistémologique, qu'on va tenter de résoudre en accord avec la physique — non réduite à la technique — et de manière élémentaire.

Chapitre 2

Épistémologie

2.1 Symbole, nombre, suite, ensemble

Les *symboles* sont les chiffres 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, y compris les bits 0, 1, les lettres et d'autres caractères (fig. 2.1), ainsi que les notes de musique (voire un geste dans un mouvement corporel, une étoile dans le ciel...) Un symbole est clair et distinct. Un symbole est une « forme qui se soutient elle-même » (« forms that sustain themselves ») [93, § 8.6, p. 194].

Théorie arithmétique de Giuseppe Peano (définition d'une suite) :

1. il existe un entier naturel zéro (0) ;
2. pour tout entier naturel n , il existe un successeur $n + 1$ (strictement supérieur n) ;
3. $n + 1 = p + 1$ si et seulement si $n = p$;
4. axiome de récurrence : soit $P(n)$ une proposition (dépendant de n) ; si $P(0)$ et, pour tout n , $P(n)$ implique $P(n + 1)$, alors, pour tout n , $P(n)$.

Un ensemble fini ou dénombrable est une suite sans ordre dont les éléments ne sont donnés qu'une seule fois. On peut définir un ensemble en compréhension (plus généralement qu'en extension ou par récurrence). Pour tout ensemble E , on note $\mathcal{P}(E)$ l'ensemble des parties de E . Définir sans dénombrer implique des paradoxes :

- paradoxe de Georg Cantor : si E est l'ensemble des ensembles, alors

$$\mathcal{P}(E) \in E \in \mathcal{P}(E),$$

relation cyclique non admise en théorie des ensembles.

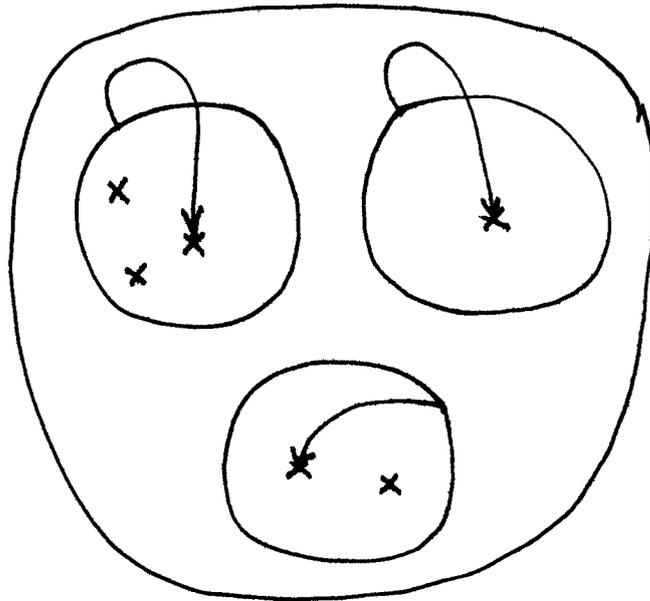
- paradoxe de Bertrand Russell : si F est l'ensemble des ensembles qui n'appartiennent pas à eux-mêmes, alors $F \in F$ si et seulement si $F \notin F$, ce qui est contradictoire.¹

1. Par exemple : un barbier qui rase exactement tous les hommes de son village qui ne se rasent pas eux-mêmes (défini en compréhension) se rase lui-même si et seulement si il ne se rase pas lui-même.

FIGURE 2.1 – Caractères de l’alphabet latin et leurs codes ISO 8859-1 [1].

				b ₈	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	
				b ₇	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
				b ₆	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
				b ₅	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
b ₄	b ₃	b ₂	b ₁	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	
0	0	0	0	00		SP	0	à	P	`	p			NBSP	°	À	Đ	à	đ	0
0	0	0	1	01		!	1	A	Q	a	q			ı	±	Á	Ñ	á	ñ	1
0	0	1	0	02		"	2	B	R	b	r			¢	²	Â	Ò	â	ò	2
0	0	1	1	03		#	3	C	S	c	s			£	³	Ã	Ó	ã	ó	3
0	1	0	0	04		\$	4	D	T	d	t			¤	´	Ä	Ô	ä	ô	4
0	1	0	1	05		%	5	E	U	e	u			¥	µ	Å	Õ	å	õ	5
0	1	1	0	06		&	6	F	V	f	v			¦	¶	Æ	Ö	æ	ö	6
0	1	1	1	07		'	7	G	W	g	w			§	·	Ç	×	ç	÷	7
1	0	0	0	08		(8	H	X	h	x			"	,	È	Ø	è	ø	8
1	0	0	1	09)	9	I	Y	i	y			©	¹	É	Ù	é	ù	9
1	0	1	0	10		*	:	J	Z	j	z			ª	º	Ê	Ú	ê	ú	A
1	0	1	1	11		+	;	K	L	k	l			«	»	Ë	Û	ë	û	B
1	1	0	0	12		,	<	L	\	l				¬	¼	Ì	Ü	ì	ü	C
1	1	0	1	13		-	=	M]	m	}			shy	½	Í	Ý	í	ý	D
1	1	1	0	14		.	>	N	^	n	~			®	¾	Î	Þ	î	þ	E
1	1	1	1	15		/	?	O	_	o	~			¯	¿	Ï	ß	ï	ÿ	F
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	hex

FIGURE 2.2 – Axiome du choix.



On résout les paradoxes de la théorie des ensembles notamment avec l'axiome du choix, de von Neumann : pour toute partition, il existe une fonction dont la valeur est un élément de chaque partie (fig. 2.2).

L'ensemble des symboles étant fini, il est inutile de le définir en compréhension (à partir d'autres concepts qui pourraient encore être à définir, et ainsi de suite indéfiniment) : on le définit en extension (dénombrement ou codage numérique) (fig. 2.1) ; cependant, pour cela, il faut encore un symbole supplémentaire ou d'échappement, a priori hors de cet ensemble, mais a posteriori dans cet ensemble et ainsi de suite indéfiniment. C'est ainsi qu'apparaissent de nouveaux symboles, comme la ponctuation (inconnue des Romains), ou, récemment, \, @.

Il existe plusieurs types d'existence :

- par construction, pour une suite finie,
- par récurrence, pour une suite infinie,
- par choix pour un ensemble non vide,
- par utilité [106, ch. 13, p. 173] :

La déclaration « il existe » signifie seulement que : (a) il peut être mesuré [observé], donc uniquement défini, (b) sa connaissance est utile pour comprendre des phénomènes passés et pour prédire

des événements futurs.

2.2 Réalité, observateurs

Observer (penser) signifie construire une *réalité* (empirique, épistémique), suite finie de symboles.²

L'intersubjectivité ou « objectivité faible » [44] est l'accord de plusieurs observateurs sur une réalité. Selon William James, « you and I are commutable here », c'est-à-dire, « vous et moi sommes commutables [échangeables] ici » [93, § 3.4, p. 62]. Selon Schrödinger [23, § I.5, p. 83] :

Certes, ce que me dit mon ami A au sujet de ce qu'il éprouve, perçoit ou pense en ce moment, n'est pas un contenu immédiat de ma conscience. Mais suis-je vraiment plus conscient de ce que j'ai moi-même ressenti, perçu ou pensé il y a une heure ou il y a un an ?

et [88, ch. 4, p. 196] :

Les domaines multiples des consciences privées se recouvrent partiellement. La région commune où elles se recouvrent toutes est la construction en laquelle consiste le « monde réel qui nous entoure ».

Une communauté intersubjective peut être d'autant plus grande qu'elle utilise en réalité un petit nombre de symboles. Avec seulement deux symboles F, P , il y a au plus deux clans opposés, à un codage près, les uns observant F là où les autres observent P et inversement.

2.3 Expérience

Une *expérience* est un ensemble d'échantillons, intervalles de réalité, commençant par un même *préparat* (peut-être vide) et finissant par un *résultat*. Tout résultat peut être utilisé comme préparat d'une expérience suivante.

Principe cybernétique³ : un observateur contrôle (peut changer) ses instruments (ou son corps), au moins en choisissant ce qui lui est utile en réalité. En particulier, il choisit les instants de début et fin (veto) d'expérience.

2.4 Raisonnement

Un raisonnement est une expérience,

$$\{\text{raisonnement}\} \subset \{\text{expérience}\}, \quad (2.1)$$

visant à compléter ou prédire une réalité. Il existe deux types de raisonnement :

2. On dit : « avoir de la suite dans les idées » !

3. « Cybernétique » est l'adjectif de « contrôle », popularisé par Norbert Wiener.

- inductif : construisant une loi, relation entre préparat et résultat,
- déductif : utilisant une loi.

Avec une loi, on fait d'une expérience un raisonnement, réciproquement à (2.1).

Si une réalité est codée, alors une interprétation est un décodage (tab. 2.1). On peut interpréter une réalité à composantes binaires en valeurs de vérité (faux, vrai), chiffres de nombre en base deux (0, 1), notes de musique, lieu d'aiguille ou image.

Par récurrence, von Neumann construit un modèle auto-similaire⁴ de nombres entiers naturels, telle que chaque composante (entre virgules) (entre crochets) est une copie des précédentes :

$$\begin{aligned}
 0 &= \{\}, \\
 1 &= \{\{\}\}, \\
 2 &= \{\{\}, \{\{\}\}\}, \\
 3 &= \{\{\}, \{\{\}, \{\{\}, \{\{\}\}\}\}\}, \\
 4 &= \{\{\}, \{\{\}, \{\{\}, \{\{\}, \{\{\}, \{\{\}, \{\{\}\}\}\}\}\}\}\}, \\
 &\dots
 \end{aligned}$$

2.5 Calcul

2.5.1 Fonction calculable ou programme

Un calcul est un ,

$$\{\text{calcul}\} \subset \{\text{raisonnement}\}, \quad (2.2)$$

selon lequel, à partir de données et d'un programme, on détermine un résultat avec une fonction calculable ou on produit un résultat avec une machine (comme un cerveau). Les définitions de fonction calculable et programme pour une machine sont les thèses (équivalentes) d'Alonzo Church et Alan Turing [76, § 12], [14, § 3.1.2], [34], [109].

C'est toujours un observateur ou une communauté intersubjective qui, en dernier ressort, calcule, ce n'est jamais une machine.

En composant (2.2, 2.1), tout calcul est une expérience. Réciproquement, une expérience peut être un calcul, comme une expérience avec un ordinateur ou un sujet, auquel on donne, en guise de préparation (construction du préparat), deux nombres entiers à multiplier, et qui retourne un résultat.

Dans un modèle d'expérience avec un sujet, on utilise une logique de second ordre (« on pense qu'il pense »). Tout observateur peut lui-même être sujet d'expérience, y compris réflexivement.

En échangeant données et programme (codés numériquement), Turing prouve que l'arrêt d'un programme quelconque est indécidable [76, § 12.2.3], [39].

4. On voit mieux l'auto-similarité à deux dimensions, comme sur la fig. 3.1.

Ce théorème d'arrêt indécidable de Turing confirme un théorème d'incomplétude logique de Kurt Gödel, c'est-à-dire, l'existence de proposition indécidable en arithmétique [30].

Les preuves de ces deux théorèmes, sans entrer dans les détails, ressemblent à une sorte de preuve de la non omnipotence de Dieu : « Dieu peut-il fabriquer une pierre si lourde qu'il soit incapable de la soulever ? » Quelle que soit la réponse, Dieu n'est pas omnipotent [103, p. 34].

Le théorème d'incomplétude logique implique la non-existence d'un programme de David Hilbert, faisant des mathématiques une mécanique [30].

2.5.2 Ressources, chose, objet

Les ressources (de calcul) sont

- la profondeur logique, c'est-à-dire, en gros, la durée minimale de calcul [20, 38] et
- la complexité algorithmique, c'est-à-dire, en gros, la longueur minimale de programme [30, 38], [31, dessins, p. 72].

Quel que soit le support physique ou biologique du calcul, discuté par exemple dans [100, 37, 111], *les ressources sont restreintes*.

Une restriction de ressources rend utile une réduction du nombre de principes : c'est le rasoir de Guillaume d'Ockham (XIV^e siècle).

À partir d'une loi $y R x$, où x est un préparat et y un résultat, on cherche des transformations t_1, t_2 telles que $t_2(y) R t_1(x)$. Avec $t_2 = \text{Id}$ (la transformation identique), on dit que R est une loi invariante par t_1 .⁵

Une symétrie est une transformation inverse d'elle-même, autrement dit, qui, composée avec elle-même revient au même, comme un échange de composantes, un changement de signe, une réflexion. Dans un espace newtonien (annexe A.1), on construit des images symétriques avec un miroir.

Pour réduire la redondance et accroître l'utilité de la physique, on cherche des lois invariantes (covariantes ou contravariantes) par transformation de temps-espace [106, partie I].

Une *chose* est une réalité, représentant, remplaçant ou rappelant une réalité (tab. 2.1). L'utilité des choses est d'accélérer l'information, par réduction de redondance [25].

On réduit une réalité en chose dans un raisonnement inductif, ou, d'un point de vue calculatoire, avec un programme de compression.

Un *objet* est une chose dont la réalité n'est pas connue complètement ou directement. L'observer, c'est construire sa réalité.

D'un point de vue calculatoire, un objet peut être un résultat de programme de compression irréversible⁶ : par décompression, on ne reproduit pas sa réalité.

5. Si x, y sont de même nature (éléments d'un même), alors, avec $t_2 = t_1$, R est covariante et avec t_2 inverse de t_1 , R est contravariante.

6. zip est un programme de compression réversible, jpeg est un programme de compression irréversible, adapté à l'image.

TABLE 2.1 – Choses et leur réalité.

chose	réalité
8	1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1
1, 0...	1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0...
$a_0 = 0, a_1 = 1, a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$	0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21...
π	3.1415...

2.5.3 De l'expérience au calcul

Pour certains, toute expérience est calcul [109, 40] :

$$\{\text{expérience}\} \subset \{\text{calcul}\}. \tag{2.3}$$

Par exemple, quand une pomme choit d'un arbre, un certain registre est incrémenté ou décrémenté dans le livre de la Nature.

La boucle (2.3, 2.2, 2.1) implique une égalité entre expérience, raisonnement et calcul.

Selon [109], un programme universel produit toute la réalité. Pour le trouver, il suffit de dénombrer tous les programmes, en commençant par les plus courts (comme dans le programme de Hilbert [30]). La possibilité de produire un résultat apparemment compliqué avec un programme court laisse un espoir de succès dans un délai compatible avec les ressources actuelles [109].

2.6 Paradoxe de Zénon

Zénon [d'Élée] (au V^e siècle av. J.-C.) pensait qu'Achille au pied léger poursuivrait la tortue sans jamais la capturer : soit $d_0 = 1$ la distance initiale entre Achille et la tortue ; Achille parcourt la distance d_0 à vitesse 10 en un temps $t_1 = d_0/10$, alors que la tortue parcourt la distance $d_1 = t_1$ à vitesse 1 ; pour tout $n \geq 1$, Achille parcourt la distance d_{n-1} à vitesse 10 en un temps $t_n = d_{n-1}/10$, alors que la tortue parcourt la distance $d_n = t_n$ à vitesse 1. Par récurrence sur $n \geq 1$,

$$d_n = 10^{-n} > 0.$$

d_n ne s'annule jamais, CQFD.⁷

Dans le paradoxe de Zénon, on détermine l'instant courant t_n de manière auto-référente, selon un argument d'échelle, à partir de la distance courante, d_{n-1} et une vitesse propre. Le temps d'Achille est dénombrable.

Solutions du paradoxe de Zénon :

7. Ce qu'il fallait démontrer.

1. la série

$$\sum_{n=1}^{\infty} t_n = \sum_{n=1}^{\infty} 10^{-n} = 0.1 + 0.01 + 0.001 \dots = 0.111 \dots = 1/9$$

converge donc Achille capture la tortue à l'instant $t = 1/9$.

2. dans le référentiel (cadre solide) de la tortue, la vitesse d'Achille est $10 - 1 = 9$ donc Achille capture la tortue à l'instant $t = 1/9$.

Si l'instant est t_n , avec une certaine loi de composition des vitesses, Achille capture la tortue mais si l'instant est n , alors Achille ne capture jamais la tortue. Les deux cas dépendent d'une cinématique, c'est-à-dire, un temps-espace et son usage, en particulier la construction d'une horloge.

L'idée de se référer à soi-même ou ce qu'on a sous la main pour avancer, c'est-à-dire, l'auto-référence, est chez Achille mais aussi chez Cyrano de Bergerac se soulevant vers la Lune à l'aide d'un aimant et d'un chariot de fer ou Münchhausen se soulevant en tirant sur ses languettes de bottes. Le succès d'une auto-référence est variable (non constant) :

- Cyrano ou Münchhausen échoue, selon la cinématique newtonienne,
- Achille réussit, selon la cinématique newtonienne.
- Achille échoue, selon la cinématique de Zénon,

L'absence de règle générale concernant l'arrêt du processus (programme ou mécanisme) s'accorde avec le théorème d'arrêt indécidable.

Pour construire une théorie en forme d'équivalence logique, $\psi \Leftrightarrow \mu$, on peut choisir comme hypothèse ψ ou μ exclusivement, et l'autre devient un théorème à prouver. Avec $\psi =$ esprit et $\mu =$ matière, en neurologie, on suppose μ mais ψ reste à prouver ; la neurologie est un « promissory materialism » [48, § 1.3, p. 7], c'est-à-dire, « promesse de matérialisme » ou « matérialisme à crédit », comme si Achille neurologue ne capturerait jamais la tortue esprit.

Chapitre 3

Mécanique

3.1 État, atome

En mécanique, on représente un objet avec un *état* $X(t)$, dépendant d'un instant t , composé de propriétés, nombres idéaux, comme

$$X(t) = (t, m(t), q(t), x(t), v(t) \dots), \quad (3.1)$$

où $m(t)$ est une masse, $q(t)$ une charge électrique, $x(t)$ un lieu dans l'espace newtonien et $v(t)$ une vitesse, dérivée du lieu par rapport à l'instant,

$$v(t) = \frac{dx}{dt}(t) = \lim_{\delta t \rightarrow 0} \frac{\delta x}{\delta t}, \quad \delta x = x(t + \delta t) - x(t), \quad (3.2)$$

où $\delta t, \delta x$ sont les variations de t, x . «... nous nous représentons des objets comme hors de nous et placés tous ensemble dans l'espace » [63, § 1.1.1.2, p. 55].

De plus, on suppose qu'un objet est un ensemble d'atomes (indivisibles et) localisés.

Un tel ensemble peut être défini en compréhension, par exemple, le Soleil est l'ensemble des atomes dans une certaine sphère, ou en extension, avec la suite des états de chaque atome ; selon le cas, on a un système fermé (conservant ses atomes) ou un système ouvert.

Loi de conservation de masse et charge : masse et charge d'un atome sont constantes ; si la masse est nulle, alors la charge est nulle aussi.

Une mesure est une fonction qui fait correspondre à un objet un nombre idéal, sommable sur les atomes,

$$\mu(\{A, B\}) = \mu(\{A\}) + \mu(\{B\}), \quad (3.3)$$

comme, par définition, nombre (et probabilité), masse, charge, énergie cinétique

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2m}p^2 \geq 0, \quad (3.4)$$

et quantité de mouvement $p = mv$ (non nécessairement positive).

Définition : un objet est *macroscopique* s'il contient au moins autant d'atomes qu'un corps humain, soit environ

$$\mathcal{A} = 10^{28}, \quad (3.5)$$

(un « mole anthropique »). Un observateur humain utilise toujours un instrument macroscopique (son cerveau).

3.2 Causalité

Principe de causalité (ou principe de raison suffisante [67, 32, 53]) : on peut toujours préparer complètement une expérience, pour que son résultat ne dépende que du préparat, non de l'échantillon, selon une loi causale, autrement dit, le préparat cause le résultat, toute expérience préparée complètement est calcul, en accord avec (2.3).

Le principe de causalité sont apparaît, par exemple, chez Baruch Spinoza (au XVII^e siècle) [92, I, axiome 3, p. 22] :

D'une cause déterminée que l'on suppose donnée, suit nécessairement un effet, et au contraire si nulle cause déterminée n'est donnée, il est impossible qu'un effet suive.

La causalité implique le déterminisme de Pierre Simon de Laplace (à la fin du XVIII^e siècle) [70], [25, § 21.8, p. 314] : un objet, représenté avec un état X (3.1), participe à un mécanisme, ouverture, chute, exocytose... parce que X est solution unique d'une équation différentielle [68, t. 4] et une condition instantanée,

$$\frac{dX}{dt}(t) = f(X(t)), \quad (3.6)$$

$$X(t=0) = X_0. \quad (3.7)$$

Un démon de Laplace, aux ressources non restreintes, connaissant f et l'état initial du monde, ensemble des atomes, pourrait prédire l'état futur du monde, à tout instant.

En intégrant (3.6),

$$X(t) = X_0 + \int_{t_0}^t f(X(t')) dt'. \quad (3.8)$$

Si $f(X)$ ne dépend que de la première composante de X , c'est-à-dire, l'instant (3.1), alors (3.8) se réduit à une recherche de primitive. Sinon, ou en général, (3.8) est auto-référente, on la résout par approximations successives [14, § 3.3.4, p. 496] d'Émile Picard :

$$n \geq 0, X_{n+1}(t) = X_0 + \int_{t_0}^t f(X_n(t')) dt'.$$

Si la suite de fonctions X_n converge, alors $\lim_{n \rightarrow \infty} X_n$ est solution de (3.8). Inversement, une condition de Lipschitz sur f suffit à la convergence. D'où le théorème suivant.

Théorème d'Augustin-Louis Cauchy [68, t. 4] : si la fonction f obéit à une certaine condition de Rudolf Lipschitz, alors (3.6, 3.7) ont une solution unique, sur un intervalle au voisinage de t_0 .

L'unicité de solution X pour tout X_0 implique que (3.6) est réversible, c'est-à-dire, si deux solutions diffèrent à l'instant t_0 , alors elles diffèrent à tout instant (dès qu'elles existent sur un même intervalle au voisinage de t_0), comme si chaque solution était *informée* de sa condition instantanée (3.7).

Pour un objet contenant exactement un atome de masse et charge constantes, (3.1) se réduit au mouvement

$$X(t) = (t, x(t), v(t)),$$

et (3.6) devient une équation de mouvement

$$\frac{dp}{dt}(t) = F(X(t)), \quad (3.9)$$

où $F(X(t))$ est la force, cause du mouvement, créée dans un référentiel galiléen par les autres objets et tendant vers zéro quand ils sont infiniment loin.

Si un objet est isolé (seul ou infiniment loin des autres objets donc conservant ses atomes), alors il existe une invariance à grande échelle par translation et rotation dans le temps-espace, la quantité de mouvement est constante, $F = 0$ dans (3.9), Cyrano ou Münchhausen ne décolle pas.

Théorème de l'énergie cinétique : la variation d'énergie cinétique est le travail :

$$\frac{dE_c}{dt}(t) = F(X(t))v, \quad \delta E_c = \int F(X(t)) dx.$$

On utilise diverses lois de force (dépendant des masses et charges constantes) : loi de pesanteur d'Isaac Newton, loi de friction et loi électrique de Charles Coulomb : les corps chargés se repoussent si leur charges sont de même signe, sinon s'attirent, loi magnétique de Laplace...

On suppose que la force ne dépend pas explicitement d'un instant, c'est-à-dire, $F(X)$ ne dépend pas directement de la première composante de X . Une solution de (3.6), translatée dans le temps, est encore une solution de (3.6).

Théorème de conservation d'énergie : soit une énergie potentielle E_p , telle que¹

$$F = -\frac{dE_p}{dx}.$$

Alors, l'énergie $E = E_c + E_p$ (d'énergie cinétique plus énergie potentielle) est constante.

Si (3.6) est réversible et si la force ne change pas quand la vitesse change de signe,² alors, pour toute solution X telle que $v(0) = 0$, le lieu ne change pas quand l'instant change de signe,

$$x(-t) = x(t).$$

1. Pour x dans un espace newtonien, il suffit que $F + dE_p/dx$ soit orthogonal à la vitesse, ce qui est vrai pour la force magnétique.

2. La force de friction $v|v|$ change de signe !

Autrement dit, avec les mêmes lois, on infère les effets des causes ou les causes des effets, indépendamment de la flèche du temps.

3.3 Causalité locale

Pour un objet contenant exactement deux atomes de masse et charge constantes, (3.1) se réduit au mouvement

$$X(t) = (X_1(t), X_2(t)) = ((t, x_1(t), v_1(t)), (t, x_2(t), v_2(t))), \quad (3.10)$$

et (3.6) devient une équation de mouvement

$$\frac{dp_1}{dt}(t) = F_1(X_1(t), X_2(t)), \quad \frac{dp_2}{dt}(t) = F_2(X_2(t), X_1(t)), \quad (3.11)$$

où $F_i(X_i(t), X_{3-i}(t))$ est la force sur l'atome i , $i = 1, 2$. Si l'objet est isolé, alors sa quantité de mouvement (dans un référentiel galiléen) $p = p_1 + p_2$ est constante. Si les atomes ont même masse et charge, alors $F_1 = F_2$ (il s'agit d'une relation entre fonctions).

Selon (3.11), chacun des deux atomes est informé instantanément de l'état de l'autre. Cela ne s'accorde pas avec certaines expériences astronomiques de Ole Christensen Römer au XVII^e siècle et James Bradley au XVIII^e siècle.

Principe de causalité *locale* : toute cause est portée par un atome qui se déplace à une vitesse inférieure à une constante, atteinte par la lumière dans le vide,

$$c \approx 300 \text{ Mm/s.}$$

Les causes d'un événement (réalité localisée) à l'instant zéro et au lieu zéro sont des événements aux instants-lieux (t, x) , tels que

$$t \leq 0, |x| \leq -ct,$$

c'est-à-dire, dans un « demi-cône de causalité locale » dans le temps-espace.

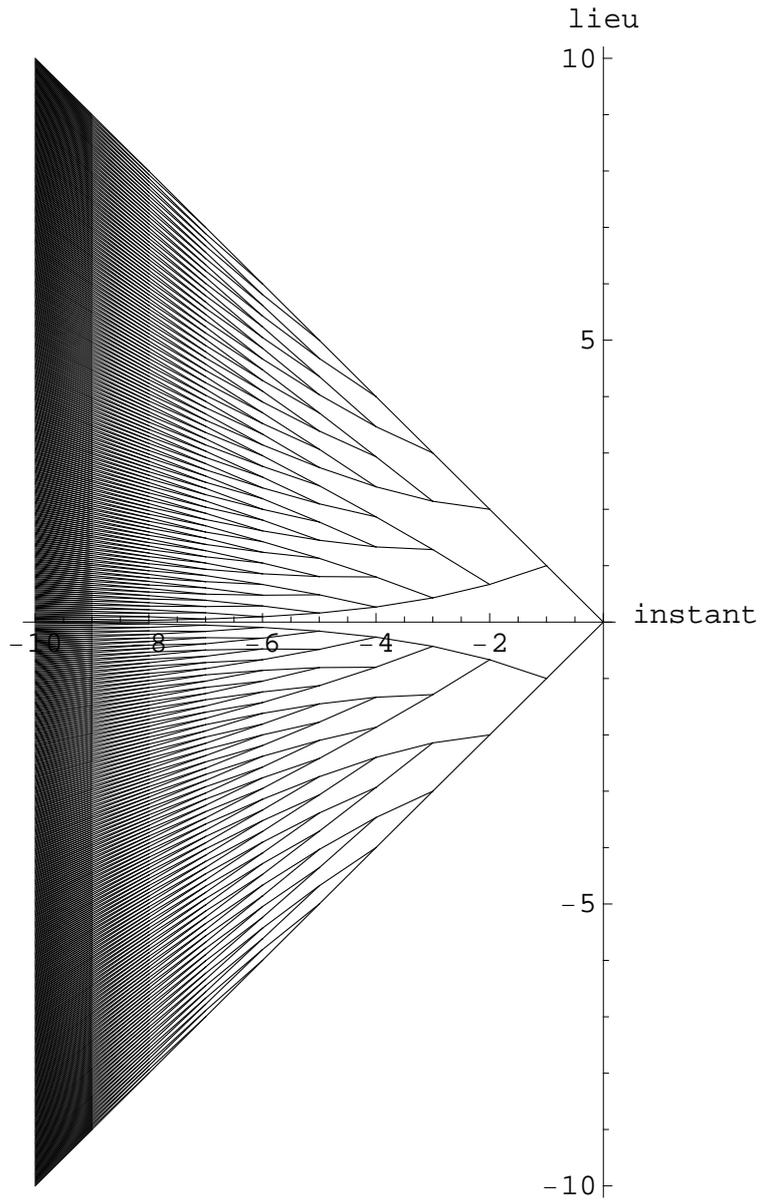
Avec un événement et ses causes directes ou indirectes, on construit un arbre des causes, binaire, sur la fig. 3.1, tel que les (deux) causes directes d'un événement sont dans l'intervalle de temps permis (section de cône). Cet arbre ressemble à un arbre généalogique ascendant, tel qu'un individu est construit par,

- à la génération -1 , ses deux parents,
- à la génération -2 , 4 grands parents (au plus),
- à la génération $-n$ ($n \geq 3$), 2^n arrière $n - 2$ fois grands parents (au plus).

En inversant la flèche du temps, on aurait un arbre des effets (ou conséquences), au lieu d'un arbre des causes.

De plus, une expérience d'Albert Michelson & Edward Morley laisse supposer que la vitesse de la lumière dans le vide est la même dans tous les référentiels galiléens, en mouvement de translation à vitesse constante les uns par rapport aux autres, en désaccord avec la cinématique newtonienne.

FIGURE 3.1 – Arbre des causes binaire.



Principe d'invariance galiléenne : la force est la même dans tous les référentiels galiléens.

En théorie de la relativité, pour l'invariance galiléenne de la force électromagnétique, on réutilise (3.9) dans un espace à quatre dimensions, une de temps, trois d'espace, avec

$$p = \frac{mv}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \approx mv \text{ si } v \ll c.$$

Définition : une particule est un objet localisé comme un atome mais potentiellement divisible. L'énergie d'une particule est

$$E = \sqrt{m^2 c^4 + p^2 c^2} \approx mc^2 + \frac{p^2}{2m} \geq 0, \quad (3.12)$$

y compris une énergie de masse mc^2 .

Définition : la matière est l'ensemble des objets d'énergie (3.12) non nulle.

On remplace une interaction entre deux particules (3.11) par une troisième (émise par la première, absorbée par l'autre ou l'inverse), d'où une mesure en énergie (dont la valeur est une énergie). En particulier, un photon de masse nulle mais de vitesse c dans le vide transmet l'interaction électromagnétique ; des particules plus exotiques transmettant d'autres interactions causent la radioactivité. De plus, l'énergie d'un ensemble de particules suivies à la trace (dans une chambre à bulle ou fil) à un échange près (pendant un choc), est constante.

En théorie de la relativité générale, on étend l'invariance galiléenne à une invariance par changement de coordonnées curvilignes et on remplace le poids (force de pesanteur) par une courbure de temps-espace.

Le « sens physique » consiste à prédire un mouvement en images, sans équation. Cependant, pour prédire

- qu'Achille capture la tortue,
- que Cyrano ou Münchhausen ne décolle pas,
- qu'une toupie ne choit pas de haut en bas mais *horizontalement*,
- qu'un voilier peut remonter au vent,
- que la marée monte aussi du côté de la Terre opposé à la Lune,

mieux veut étudier une équation de mouvement, « juger en quelque sorte les choses du dehors en partant des nécessités mathématiques » [12, p. 43], qu'utiliser le sens physique.

3.4 Principe de moindre action

Principe de moindre action, de Pierre Louis Moreau de Maupertuis [42] : Dieu ou Nature choisit en minimisant³ une *action* (nombre idéal).

Le principe de moindre action précise un principe optimiste de Leibniz, « le choix du meilleur » ou « harmonie préétablie » [67, 246, 255, 258, 280, 289], ainsi raillé mais résumé [97] :

3. Au lieu de minimiser, il suffit, en mécanique, de rendre stationnaire.

Tout est au mieux dans le meilleur des mondes.

Le principe de moindre action équivaut au principe cybernétique, en remplaçant Dieu ou Nature par observateur et action mécanique par utilité négative.

En optique, en prenant pour action par le chemin optique (durée de parcours multipliée par c), le principe de moindre action implique le principe de [Pierre de] Fermat.

En mécanique, l'action est une certaine intégrale de chemin, dont la minimisation implique l'équation de mouvement ; en fait, la stationnarité (dérivée nulle)⁴ suffit.

Le principe de moindre action en mécanique est non causal, autrement dit, ne s'accorde pas avec le déterminisme de Laplace,

- si l'action mécanique est stationnaire sans être minimale,
- si l'action mécanique est stationnaire pour plusieurs mouvements, un état non dérivable (tel que la vitesse n'existe pas toujours, alors que l'intégrale de chemin existe).

4. En réduisant le mouvement à deux lieux x, y , la surface $z = A(x, y)$ doit être en forme de cuvette, pic ou col.

Chapitre 4

Physique statistique

4.1 Bruit, loi statistique

Il y a du bruit dans une expérience quand son résultat est aléatoire, c'est-à-dire, dépend de l'échantillon donc il n'existe pas de loi causale pour cette expérience.

Le poète philosophe Lucrèce [75, II.70–140] (au 1^{er} siècle av. J.-C.) et le botaniste Robert Brown (au début du XIX^e siècle) observa le mouvement aléatoire des poussières suspendues en l'air ou l'eau. Les atomes sont « de mille façons heurtés et projetés en foule par leurs chocs éternels à travers l'infini » [75, I.1025]. Un mouvement brownien est typiquement continu non dérivable (sans vitesse (3.2)) et auto-similaire.

Voici une expérience d'équilibre instable : un crayon, lâché en équilibre instable sur sa pointe, choit dans une direction aléatoire.¹

Pour éliminer un bruit dans une expérience, autrement dit, en faire un calcul, on doit la préparer complètement. (Par causalité, cela est possible.) Précisément, on adjoint au préparat un *paramètre supplémentaire*. (Un paramètre est une propriété contrôlable.)

Par exemple, quand Galilée (à la fin du XVI^e siècle) étudiait la chute des corps du haut de la tour de Pise, il aurait pu observer un lieu de chute aléatoire et, pour réduire ce bruit, construire un abri contre le vent ou travailler uniquement les jours sans vent ou tenir compte de la vitesse du vent comme paramètre supplémentaire dans la loi de chute.

En physique macroscopique, selon une approche initiée par Laplace pour les astéroïdes, développée par Maxwell et Ludwig Boltzmann avec la théorie cinétique des gaz, et achevée par Josiah Willard Gibbs [102, 104], on cherche seulement une loi statistique, c'est-à-dire, une loi de probabilité p_i de résultat X_i , dépendant d'un

1. On peut stabiliser l'équilibre en contrôlant le lieu de contact ou en le faisant tourner comme une toupie.

préparat², d'où une mesure

$$\mu : (X_i, i = 1 \cdots n) \rightarrow \sum_i p_i X_i, p_1 \cdots p_W \in [0, 1], \sum_{i=1}^W p_i = 1. \quad (4.1)$$

Une valeur de μ est une espérance. Une loi statistique est non causale (sauf avec un résultat unique et certain, $W = 1$).

Théorème des grands nombres [44, § 8.2, p. 205] (un résultat de théorie de la mesure) : une somme de N variables aléatoires numériques indépendantes statistiquement obéit, quand N tend vers l'infini, à une loi gaussienne, avec un écart-type relatif (inverse d'un rapport signal sur bruit) d'ordre $1/\sqrt{N} \ll 1$ si N est grand.

Si les résultats d'une expérience sont indépendants statistiquement, alors on peut utiliser le théorème des grands nombres pour l'inférence statistique : à partir d'une réalité (en nombres entiers, à un codage près), avec un assez grand nombre d'échantillons, on détermine statistiquement des probabilités (nombres idéaux).

On en déduit des propriétés moyennes, en particulier, pour un gaz, l'énergie cinétique (3.4) moyenne par atome,

$$\langle E_c \rangle = \frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle, \quad (4.2)$$

et la pression.

En général, les composantes de résultat ne sont pas indépendantes statistiquement, elle peuvent être corrélées. Par exemple, énergie cinétique et pression sont corrélées, d'où une équation d'état, les lieux successifs d'un objet sont corrélés, d'où une équation de mouvement.

4.2 Erreur de calcul

Le calcul de Church et Turing étant par définition causal, le bruit contredit (2.3). Avec un ordinateur, on construit une expérience sans bruit ou causale (à laquelle correspond une loi causale) – sauf erreur de calcul.

Loi de Svante Arrhenius : la probabilité d'erreur par bit est

$$p \sim e^{-\frac{E'}{k_B T}}, \quad (4.3)$$

où E' est une énergie d'activation de bit (ou pièce...) et $E'/(k_B T)$ est un rapport signal sur bruit.

Avec une machine inertielle ou pesante, E' est proportionnel à masse et taille. Par exemple, pour un retournement spontané de pièce de monnaie posée sur une table à température normale, dans le champ de pesanteur de la Terre, $E'/(k_B T) \approx$

2. Par exemple, dans une expérience d'équilibre instable (p. 22), une force non axiale (même petite) dans une certaine direction accroît la probabilité de chute dans un secteur angulaire au voisinage de cette direction.

10^{-17} . Plus une pièce est massive et grande, plus une expérience avec elle est causale mais moins elle est contrôlable. À la limite, en observant le Soleil avec un gnomon, on calcule [91], mais le choix du programme se réduit aux seules fonctions d'horloge.

Avec un métal, $p \sim 1$ dans (4.3). Avec un semi-conducteur (comme le silicium, dont le gap est environ 1 eV) à température normale, $E'/(k_B T) \approx 40$, $p \sim e^{-40} = 10^{-18} \ll 1$, les lois d'une expérience peuvent être presque causales, comme celles d'une machine de Turing.³

Plutôt que chercher à réduire toute expérience à un calcul, on peut étendre la définition de calcul [101, 39]. Peut-on observer une fonction non calculable, comme celle qui définit le nombre Ω [31] ?

Quand un calcul est possible, les ressources nécessaires peuvent encore dépendre dramatiquement de la machine. En ce qui concerne la résolution des équations de mouvement d'un fluide, le fluide (correctement instrumenté) calcule souvent lui-même bien mieux que n'importe quel ordinateur.

4.3 Entropie et second principe

Définition : soit une expérience dont le résultat appartient à un ensemble fini à W^4 éléments, avec une mesure (4.1).

L'entropie (divisée par k_B) de [Claude] Shannon⁵ de cette expérience est [25, 26, 87] (fig. 4.1)

$$S/k_B = - \sum_{i=1}^W p_i \ln p_i \geq 0, \quad (4.4)$$

où k_B est la constante de Boltzmann,

$$k_B \approx 10^{-23} \text{ J/K.}$$

L'entropie (4.4) s'annule si et seulement si les probabilités sont entières (zéro ou un). Les résultats impossibles ou certains ne contribuent pas à l'entropie. À cause du logarithme dans (4.4), une entropie d'expérience dont les composantes de résultat sont indépendantes statistiquement est la somme des entropies des composantes, de sorte que l'entropie est une valeur de mesure en réalité manquante.

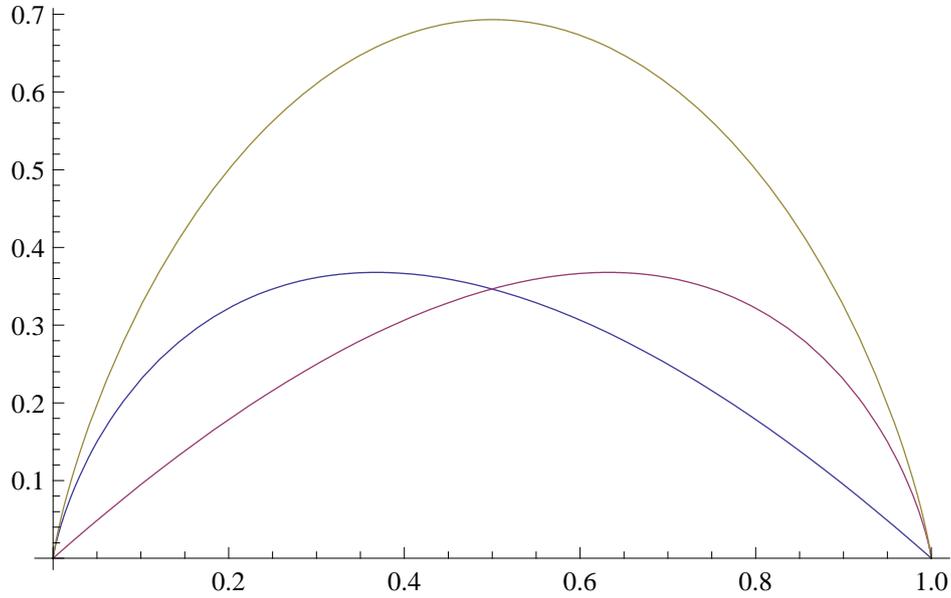
Avec des résultats équiprobables,

$$p_i = \frac{1}{W} = p,$$

3. Un photon de haute énergie peut toujours causer une erreur mais on peut encore réduire la probabilité d'erreur par redondance, avec plus de particules ou, à haut niveau, en vérifiant un bit de parité.

4. W de Wahrscheinlichkeit, utilisé par Boltzmann.

5. La formule est déjà dans [94].

FIGURE 4.1 – Fonction entropie sur k_B , $p \rightarrow -p \ln p - (1-p) \ln(1-p)$ et ses termes.

d'où une ancienne définition de Boltzmann :

$$S/k_B = \ln W = -\ln p, \quad (4.5)$$

L'entropie de Boltzmann (4.5) est le maximum de l'entropie de Shannon (4.4) en fonction des p_i .⁶ Inversement, si les $1/p_i$ sont entiers alors l'entropie de Shannon est l'espérance d'entropie de Boltzmann de W expériences, chacune de probabilité p_i , $i = 1 \cdots W$ et dont le résultat est dans un ensemble à $1/p_i$ éléments.

Second principe de la thermodynamique (de Sadi Carnot, au début du XIX^e siècle [26] ou Rudolf Clausius) : une entropie d'expérience avec un système isolé croît (dans le temps) *en moyenne* sur un assez grand nombre d'expériences.

Le second principe est une loi sur une suite d'expériences donc une méta-loi, « au-dessus des lois » ; selon Arthur Eddington [66, p. viii] :

Si votre théorie est contraire au second principe de la thermodynamique, vous ne pouvez plus rien espérer ; elle n'aura plus qu'à s'effondrer dans la plus profonde humiliation.

Après une préparation complète, l'entropie est nulle et, comme elle est toujours positive, si elle est assez régulière en fonction du temps, alors elle ne peut que commencer par croître, pour chaque expérience donc aussi en moyenne, en accord avec le second principe, indépendamment d'un modèle.

6. Cette fonction étant concave, son maximum est unique.

Un modèle étant donné, le second principe devient un « théorème H »⁷ (à prouver).

Définition de *température* (par William Thomson, lord Kelvin). On apporte irréversiblement une énergie dU au système. Soit dS_{eq} la variation d'entropie à l'équilibre thermodynamique (après assez longtemps). La température T est telle que

$$\frac{1}{T} = \frac{dS_{eq}}{dU}. \quad (4.6)$$

Autrement dit, la température est l'inverse de la dérivée d'entropie à l'équilibre thermodynamique, fonction d'énergie. Avec (4.6), on relie quantitativement entropie (4.4) et énergie, représentant respectivement esprit et matière. La température est le taux de change d'entropie en énergie.

Le second principe implique que, dans un système isolé à deux parties de températures différentes, la chaleur ne passe pas de la partie froide (à plus basse température) vers la partie chaude.

4.4 Mécanique statistique

En mécanique, après préparation, l'observation est non perturbative, le système est isolé. On s'intéresse à la théorie cinétique des gaz : un état est une suite de $6N$ lieux et vitesses de N atomes.

L'ensemble des états compatibles avec la conservation d'énergie est une partie bornée de l'espace vectoriel euclidien des états. La somme dans (4.4) est une somme finie sur une partition finie de l'ensemble des états. Un état approché est un élément de cette partition, soit V_i , $i = 1 \cdots W$ son volume,

$$V_i = (\delta x \delta v)^{6N}, \quad (4.7)$$

où $\delta x, \delta v$ est l'indétermination de x, v , et la même probabilité à l'équilibre.

Un apport d'énergie accroît le nombre d'états approchés compatibles avec la conservation d'énergie (à indétermination constante), l'entropie à l'équilibre croît avec l'énergie donc la température est positive.

L'évolution d'état approché est un processus stochastique, avec diffusion de probabilité de présence. Les états approchés à l'équilibre sont équiprobables, l'entropie à l'équilibre est l'entropie de Boltzmann (4.5). Les chocs atomiques égalisent les probabilités d'état approché, comme un mélangeur de cartes égalise les probabilités de répartition d'atouts entre joueurs [88, § 5, p. 223]. D'où le théorème H [87, § A.12, pp. 624–625, § 14.8, pp. 546–547]. Sans entrer dans les détails, le choix (4.7) n'est pas indifférent, l'invariance par translation dans l'espace vectoriel euclidien des états (reliée à l'invariance galiléenne dans le temps-espace) a le même effet que l'invariance par échange des joueurs.

7. $H = -S$ est la négentropie de Schrödinger [26, I.4, p. 8].

Théorème d'équipartition : en équilibre thermodynamique,

$$\langle E_c \rangle = \frac{3}{2} k_B T. \quad (4.8)$$

De plus, équilibre thermodynamique implique équilibre mécanique donc vitesse moyenne des atomes nulle (ou la même pour tous).

4.5 Probabilité de probabilité

On a ce paradoxe des probabilités, qu'elles sont elle-même en général inconnues, d'où une probabilité de probabilité, et ainsi de suite indéfiniment. D'où des paradoxes de Joseph Bertrand.

Pour résoudre ce paradoxe, on choisit un modèle, comme la théorie cinétique des gaz, mais on perd en généralité et en simplicité.

Soit une expérience de pile ou face (avec une seule pièce), par exemple,

$$(X_n, n \geq 1) = (F, P, P, P, F \dots), \quad (4.9)$$

où X_n est le n^e résultat, face (F) ou pile (P). Mécaniquement, $k_B T$ est négligeable devant l'énergie d'activation (retournement) d'une pièce (4.3), une pièce ne peut jamais se retourner spontanément, la température est nulle.

En codant

$$\chi(F) = 0, \quad \chi(P) = 1, \quad (4.10)$$

on construit une formule unique pour la probabilité de résultat :

$$n \geq 1, \mathcal{P}(X_n = i) = 1 - p + (2p - 1)\chi(i), \quad i = F, P, \quad (4.11)$$

soit, cas par cas,

$$\mathcal{P}(X_n = F) = 1 - p, \quad \mathcal{P}(X_n = P) = p. \quad (4.12)$$

On considère p comme une variable aléatoire, de mesure continue en probabilité \mathcal{P}' sur l'intervalle $[0, 1]$, c'est-à-dire, la probabilité que p soit dans un petit intervalle $[p_0, p_0 + \delta p]$ est $\mathcal{P}'(p_0) \delta p$ (pour δp petit).

A priori, on suppose la fonction \mathcal{P}' constante, autrement dit, p est aléatoire complètement (4.13) mais, après chaque échantillon, on révise \mathcal{P}' (4.14), par inférence statistique, avec un théorème de [Thomas] Bayes (au XVIII^e siècle) [33, § 2.7] (voir [52] pour un autre usage de ce théorème avec une mesure continue, pour la radioactivité).

$$\mathcal{P}'_0(p) = 1, \quad (4.13)$$

$$n \geq 0, \mathcal{P}'_{n+1}(p) = \frac{(1 - p + (2p - 1)\chi(X_{n+1}))\mathcal{P}'_n(p)}{\int_0^1 (1 - p + (2p - 1)\chi(X_n))\mathcal{P}'_n(p) dp}. \quad (4.14)$$

La probabilité de probabilité dans (4.13, 4.14) est auto-référente, comme le mécanisme de Münchhausen, d'où le nom de bootstrap, sauf que, cette fois, le succès est possible, si la suite \mathcal{P}'_n converge indépendamment de \mathcal{P}'_0 , hypothèse a priori ou sans fondement.

Dans les expériences, avec la fonction Random de Mathematica [108] (évidemment indépendante de la température, dans les limites de fonctionnement de l'ordinateur), quand n croît, la mesure continue devient plus gaussienne (fig. 4.2) et son pic rétrécit et se déplace vers zéro ou un, selon le résultat. Ce rétrécissement s'accompagne d'une diffusion de probabilité de présence dans une marche au hasard (un pas à gauche, droite correspondant à F, P). \mathcal{P}'_n tend vers une mesure de [Paul] Dirac, autrement dit, la probabilité de P est certainement p_0 .

L'entropie après n résultats est l'espérance d'entropie (fig. 4.1) pour la densité \mathcal{P}'_n construite par inférence statistique :

$$n \geq 0, (S/k_B)_n = \int_0^1 (-p \ln p - (1-p) \ln(1-p)) \mathcal{P}'_n(p) dp, \quad (4.15)$$

$$(S/k_B)_0 = \frac{1}{2}, \quad (4.16)$$

$$(S/k_B)_\infty = -p_0 \ln p_0 - (1-p_0) \ln(1-p_0). \quad (4.17)$$

Les résultats sont finalement équiprobables si et seulement si $p_0 = 1/2$ (il suffit d'une pièce symétrique).

Dans les expériences (fig. 4.3, fig. 4.2),

$$p_0 = 1/2, (S/k_B)_\infty = \ln 2 \approx 0.69, \quad (4.18)$$

c'est (4.5) avec $W = 2$.

Si le système est isolé, c'est-à-dire, on ne change pas les paramètres du générateur de nombres pseudo-aléatoires) utilisé pour construire la réalité (4.9), alors, en accord avec le second principe, l'entropie croît en moyenne sur un assez grand nombre d'expériences (fig. 4.3) — mais peut décroître occasionnellement dans une expérience ou en moyenne pour un système non isolé.

4.6 (Auto-)organisation

Définition : un système est *organisé* si les résultats d'expérience avec ce système ne sont pas indépendants statistiquement.

Si une variable aléatoire, somme d'un assez grand nombre de résultats, obéit à une loi de probabilité non gaussienne, par exemple à deux bosses ou avec un plateau, ou comme la loi \mathcal{P}'_n (4.15) pour n petit (fig. 4.2), alors, selon le théorème des grands nombres, les résultats ne sont pas indépendants statistiquement, on observe un système organisé.

Pour qu'un système soit organisé, il suffit qu'il obéisse à une loi à mémoire, paramètre supplémentaire dépendant d'un échantillon contrôlé par un observateur concurrent.

FIGURE 4.2 – Mesure continue en probabilité après 4 puis 50 échantillons.

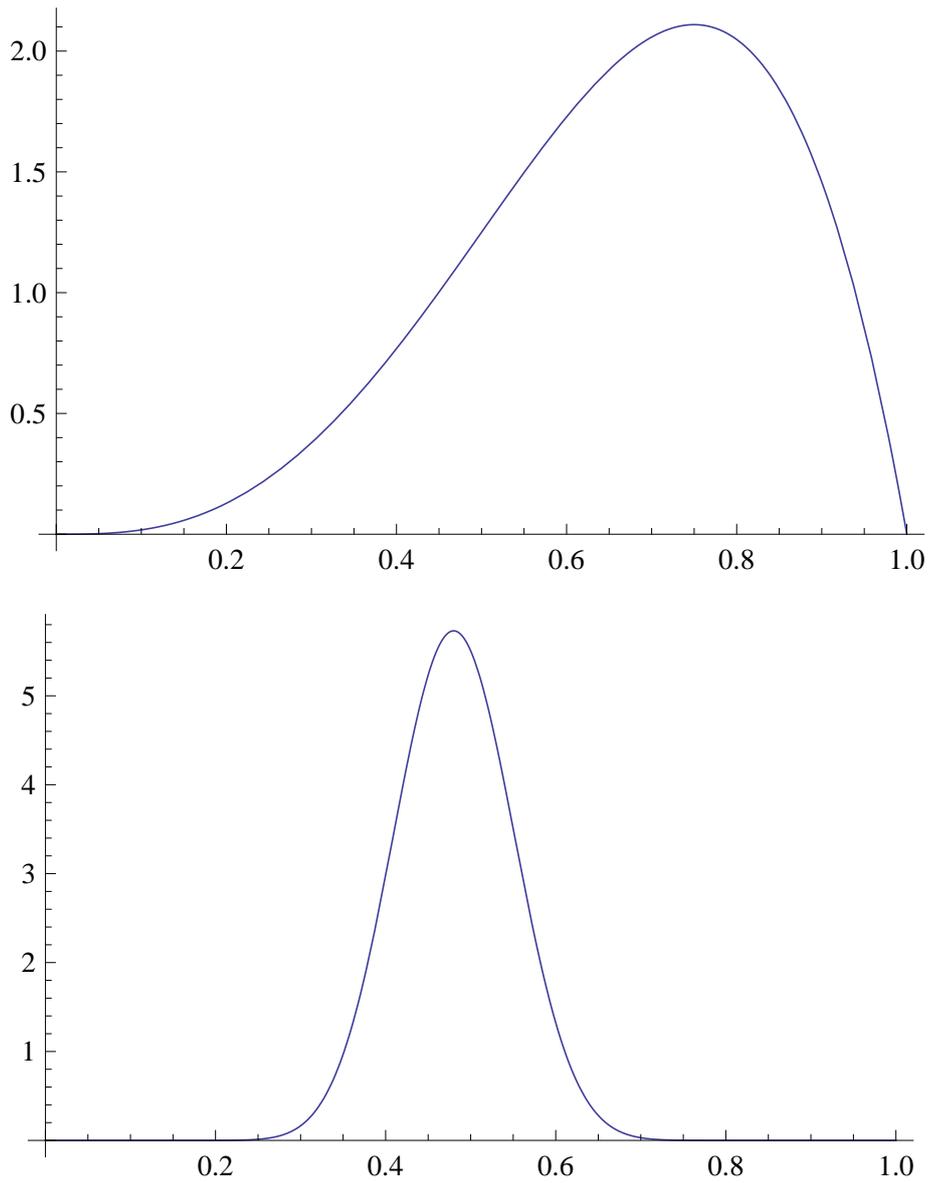
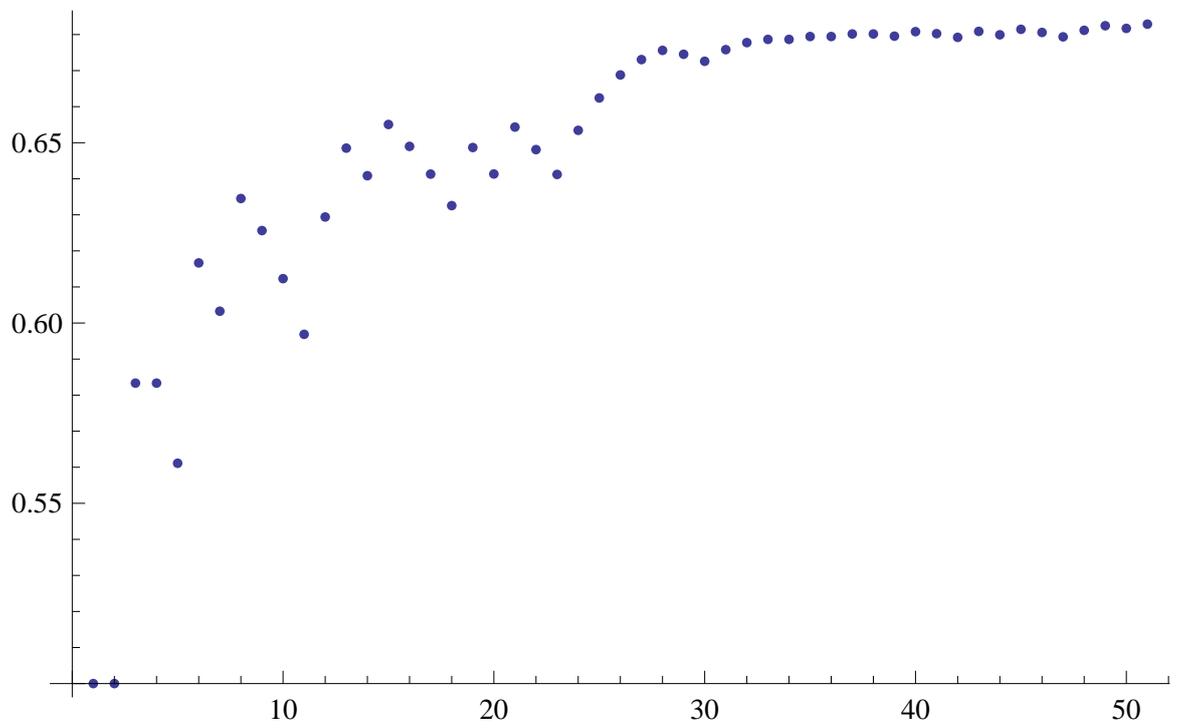


FIGURE 4.3 – Entropie sur k_B en fonction du nombre d'échantillons (temps réel) dans deux expériences de pile ou face.



Pour étudier l'organisation d'un système, on répète avec lui une expérience, qu'on l'utilise comme échantillon d'une méta-expérience, en préparant une composante de mémoire, et ainsi de suite indéfiniment, jusqu'à contrôler toute la mémoire, de sorte que les corrélations soient absorbées dans le résultat. D'où une métaⁿ-expérience (où n est un nombre entier, nul pour une expérience ordinaire). Par exemple, on absorbe les corrélations de la suite de résultats

$$(0, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1) \quad (4.19)$$

en groupant les résultats, selon un modèle d'organisation :

$$((0, 1), (0, 1), (1, 0), (0, 1), (0, 1), (0, 1), (1, 0), (1, 0), (1, 0), (1, 0), (1, 0), (0, 1), (0, 1), (0, 1), (0, 1)). \quad (4.20)$$

Les expériences successives, composant une méta-expérience, peuvent être localisées (dépendre uniquement d'un élément de partition d'espace) ; par exemple, on sépare un corps humain ou un circuit hydraulique en différents organes ou composants. Alors, les lois du système organisé ne sont pas la simple conjonction des lois de ses parties : la méthode de décomposition ou spécialisation cartésienne [43] échoue.

Un sillage d'obstacle cylindrique est organisé [2] comme suit. On observe une section transversale de sillage, en différents lieux de l'axe, de coordonnée z ; un résultat est un champ bidimensionnel, autrement dit une image (de la fumée plus ou moins concentrée dans une nappe de lumière, selon la vitesse du fluide). L'invariance par translation axiale implique que z est sans effet, comme l'instant t de début d'échantillon ; cependant, il existe des bouts qui brisent cette invariance, précisément en informant l'intérieur du sillage, de sorte que les résultats pour différentes valeurs de (t, z) ne sont pas indépendants statistiquement. On absorbe évidemment les corrélations dans une méta-expérience, dont un résultat est un champ tridimensionnel, composé de champs bidimensionnels pour un assez grand nombre de valeurs de (t, z) .⁸

4.6.1 Organisation et restriction de ressources

Une restriction de ressources peut empêcher la construction d'une méta-expérience.

Un observateur peut

[88, § 4, p. 206]

Le monde n'est donné qu'une seule fois, rien n'est réfléchi, l'original et l'image en un miroir sont identiques.

Pour une méta-expérience avec un sujet, on utilise un sujet par échantillon, mais la durée de préparation est de l'ordre de la durée de vie d'un observateur ; seulement une communauté intersubjective peut agir comme méta-observateur, à échelle historique.

8. On aurait pu commencer par là : il suffisait d'y penser et de disposer des instruments adaptés.

Si le sujet est le même (pour l'état civil) pour tous les échantillons, alors il change en cours d'expérience, en se fatiguant ou en apprenant, sinon on change de sujet pour chaque échantillon et il y a des différences de préparation de l'un à l'autre (et des effets collectifs).

On peut toujours étudier une organisation à petite échelle, et extrapoler à grande échelle par auto-similarité, comme cela est suggéré par [75, II.55, III.85] :

Car de même que les enfants tremblent et craignent tout dans les ténèbres aveugles, nous craignons en plein jour parfois des chimères aussi peu redoutables que celles dont les enfants s'effraient dans le noir et qu'ils imaginent prêtes à surgir.

Un arbre correspond à une organisation ; dans une organisation auto-similaire, chaque nœud a p branches et, avec n niveaux, le nombre de nœuds est

$$\mathcal{A} = 1 + p + p^2 \cdots + p^n.$$

En particulier, avec avec $n = 2$ (un observateur et un instrument) et $p \gg 1$, on trouve une loi de restriction de mémoire :

$$\mathcal{A} = 1 + p + p^2 \approx p^2, \quad p \approx \sqrt{\mathcal{A}}.$$

Une machine contenant \mathcal{A} atomes permet d'écrire (et lire) au plus environ $\sqrt{\mathcal{A}}$ bits. Par exemple, avec un ordinateur (contenant un disque magnétique), $\mathcal{A} = 10^{26}$, on peut écrire environ 10^{12} bits (1000 Go).

Pour préparer complètement un système contenant \mathcal{A} atomes (3.5), on veut \mathcal{A} instruments, eux-mêmes macroscopiques, contenant au total $\mathcal{A}^2 = 10^{56}$ atomes (autant que dans le Soleil), ce qui excède les ressources humaines.

4.6.2 Organisation et second principe

Un système organisé n'est pas isolé.

Une entropie d'expérience avec un système organisé est seulement définie dans une méta-expérience où l'indépendance statistique des résultats est restaurée. À ce niveau, l'organisation apparaît comme une loi supplémentaire, qui réduit le nombre d'états approchés donc rend l'entropie inférieure à la somme des entropies par composante de résultat, sans organisation. Ainsi, l'entropie décroît avec l'organisation.

Chapitre 5

Échecs de la mécanique

5.1 Chaos et turbulence

Un système dynamique est un système évoluant dans le temps, selon une équation différentielle comme (3.6). Un système dynamique est *chaotique* si sa solution est sensible à une condition instantanée (3.7) [21, p. 111] ou un paramètre : un écart insignifiant à court terme implique à long terme un grand écart (c'est « l'effet papillon »).

Exemples : système à trois corps (astronomique), modèle proie-prédateur de Vito Volterra (au début du XX^e siècle), modèle atmosphérique d'Edward Lorenz. . .

L'indétermination des nombres idéaux, conditions instantanées ou paramètres d'un système dynamique chaotique, empêche de prédire une solution à long terme. Cependant, une prédiction statistique est encore possible, pour remettre de « l'ordre dans le chaos » [21].

Henri Poincaré réduit un système dynamique à une application de premier retour itérée dans une partie de l'espace vectoriel euclidien des états. Inversement, en itérant une application non linéaire, comme l'application logistique [53, 21], on construit un générateur de nombres pseudo-aléatoires, sensible aux conditions instantanées et imprédictible,

Les équations de mouvement fluide ne se réduisent pas en général à une équation différentielle, à cause d'une dépendance spatiale continue et une contrainte globale liée à la pression. La turbulence [70] (fluide) se caractérise non seulement par la sensibilité à une condition instantanée mais aussi une diffusion anormalement intense, par comparaison avec le mélange moléculaire, et un champ de vitesse organisé en tourbillons. Un problème d'arrêt (comme dans le paradoxe de Zénon) apparaît dans la solution d'une équation d'Euler des fluides non visqueux [69, § 7.2, p. 147]. Andrei Kolmogorov (en 1941) propose une théorie de la turbulence isotrope, basée sur l'invariance d'échelle [53].

5.2 Détermination de propriété

En mécanique, on suppose qu'on peut déterminer un état à partir de valeurs de mesure, sans erreur ni variation d'état. On utilise la théorie de la mesure comme modèle d'observation.

Les qualités recherchées sont

- fidélité,
- reproductibilité : absence d'organisation,
- précision, inverse de l'indétermination, dans l'inférence statistique.

Selon [73], Einstein aurait dit ou écrit cela :

Fonder une théorie physique sur des grandeurs observables peut sans doute aboutir à des résultats mais cette sorte de philosophie n'en reste pas moins absurde.[...] C'est seulement la théorie qui décide de ce qui peut être observé [ce qu'on observe].

De même, « l'expérimentation est sous la dépendance d'une construction intellectuelle antérieure » [12, p. 44]. La fidélité dépend d'un modèle de système et instrument corrélés. Ainsi, on discerne des mécanismes d'horloge ou balance (perfectionnés au XVII^e siècle).

On détermine un instant en comptant un nombre de passages d'un astre ou de désintégrations radioactives. Cela prend un certain temps (au sens de la mécanique) pendant lequel on ne fait pas autre chose donc le temps ne peut être déterminé que par intervalle.

On détermine un lieu d'atome en comptant le nombre d'atomes qui passent dans chaque maille d'un réseau de détecteurs, composantes locales d'un instrument. On détermine une masse à partir d'un lieu d'aiguille de balance. Armand Fizeau détermine la vitesse (3.2) de la lumière à partir de la durée de parcours entre deux écrans, un fixe et un tournant. On détermine une température à partir du lieu d'une interface dans un thermomètre.

Pour la fidélité, on doit installer matériellement et introduire dans un modèle un instrument. Pendant cette préparation, le système, absorbant l'instrument, change. Pendant une construction de résultat, système et observateur même changent. L'observation est perturbative, non seulement pendant une préparation, selon le principe cybernétique, mais aussi pendant une construction de résultat — la différence entre préparat et résultat est subjective. L'observation reste non perturbative si et seulement si le système est le monde de Laplace (sans observateur).

Réciproquement, on peut toujours supposer qu'une perturbation est un effet d'observation (par un observateur concurrent, comme une enveloppe ouverte laisse supposer qu'un courrier a été lu). Observation et perturbation sont complémentaires.

En gros, un effet d'observation croît avec la masse ou la taille de l'instrument (cela est à vérifier dans un modèle de système et instrument corrélés). Pour accroître la précision (au moins écrire des chiffres supplémentaires), il faut un instrument plus grand, d'où un compromis entre précision et fidélité.

Avec un thermomètre, on ne détermine pas directement la température d'un système avec lequel il est en contact mais la sienne propre.

Avec un amplificateur stabilisé, ce qu'on peut déterminer avec une expérience n'est pas une suite de propriétés du système mais une suite de propriétés d'un système plus grand, composé de l'instrument et du système [3].

Déterminer statistiquement une entropie (4.4) implique une variation d'entropie (5.4), sauf à température nulle (section 4.5). En particulier, on ne peut déterminer statistiquement une entropie d'expérience avec un système isolé, pour vérifier directement le second principe, sans rompre cet isolement.

Déterminer une propriété d'un système vivant peut le tuer.

Selon [104, ch. 2, p. 17] :

Le suivi précis d'un avion sur une trajectoire [chemin] lisse [régulière] demandait une instrumentation fine et sensible ; mais cette instrumentation, de par sa finesse et sa sensibilité, décrochait à la moindre irrégularité de trajectoire. Pour des trajectoires très irrégulières, mon instrumentation était inadaptée, non malgré son raffinement, mais à cause de son raffinement. Il m'apparut que cette impossibilité d'obtenir un instrument idéal était étroitement liée au principe d'incertitude [loi d'indétermination] de Heisenberg, qui empêche d'observer simultanément la position et la vitesse.

On détermine séparément un instant, un lieu ou une autre propriété mais leur correspondance dépend d'un modèle. Pendant qu'on détermine l'un, les autres peuvent changer. Par exemple, pour savoir qu'il est midi, il faut observer que le Soleil est au plus haut de sa course ; sachant cela, on ne sait rien d'autre exactement.

Lois d'indétermination (ou relations d'incertitude) de Werner Heisenberg :

$$\delta t \delta E \geq K_1 \hbar, \quad (5.1)$$

$$\delta x \delta p \geq K_2 \hbar, \quad (5.2)$$

où $2\pi\hbar$ est une constante de Max Planck,

$$2\pi\hbar \approx 6 \times 10^{-34} \text{ J.s}$$

et K_1, K_2 sont des constantes numériques sans unité physique, à définir précisément en même temps que $\delta t, \delta E$.

(5.1, 5.2) ressemblent au principe de moindre action, \hbar étant un quantum (minimum) d'action mécanique.

Avec (5.2) et $p = mv$, on détermine l'indétermination dans (4.7) :

$$V_i \geq \left(\frac{K_2 \hbar}{m} \right)^{6N}.$$

Quand un instrument est trop compliqué pour qu'on puisse le modéliser, on l'étalonne. Cependant, un instrument peut interagir différemment avec différents systèmes, selon leur taille, donc l'étalonnage n'implique pas la fidélité.

Le problème de la fidélité se repose au niveau du système composé d'un système et un instrument : on doit étendre le modèle à un nouvel instrument, et ainsi de suite indéfiniment. Ainsi, on construit une chaîne d'instruments, qui se termine par un cerveau, qui ne peut certainement pas contenir un modèle complet de lui-même : c'est le paradoxe du cerveau : « Le cerveau est lui-même un phénomène cérébral. » [23, p. 135].

D'une manière ou une autre, on suppose une information sans modèle ni mécanisme (voir une citation de Leibniz, p. 5). Tous les instruments reviennent à une règle ou un compteur, avec lequel on produit une réalité intersubjective.

Le temps réel est dénombrable (comme celui d'Achille), il est inutile voire imprudent de compléter une réalité sur le temps idéal, indépendamment de l'observation, contrafactuellement, c'est-à-dire [44, § 1.2, p. 33] :

Schématiquement, un exemple de pensée *contrafactuelle* consiste, par exemple, à se dire : « En faisant telle ou telle opération (disons, en « allant voir ») j'ai constaté que telle grandeur a telle valeur ; je pose que cette grandeur aurait cette valeur, même si je n'avais pas fait l'opération dont il s'agit. »

Si l'observation est non perturbative, comme on suppose en mécanique, alors la pensée contrafactuelle est correcte. Par exemple, à chaque fois qu'on ouvre la porte d'un réfrigérateur, la lumière est allumée donc la lumière du réfrigérateur est probablement toujours allumée ; cependant : en faisant un trou dans la porte, on trouve que c'est l'ouverture qui cause l'allumage donc la lumière n'est jamais allumée si on n'observe pas.

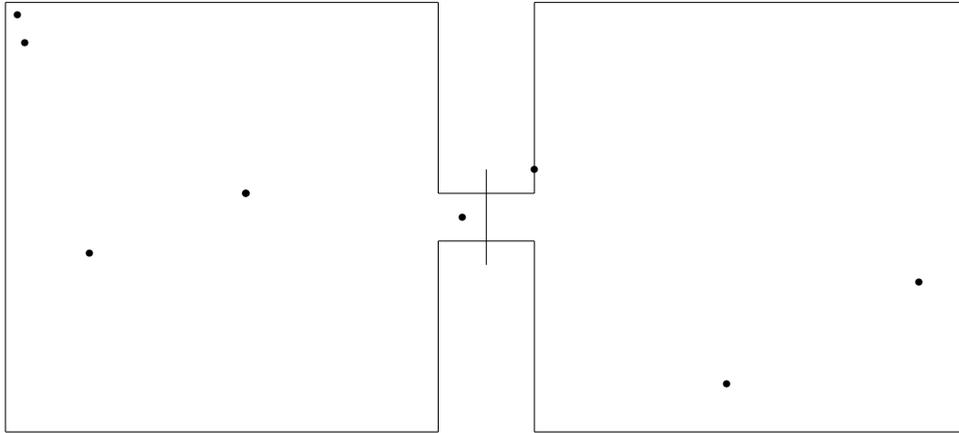
5.3 Démon de Maxwell

Maxwell (à la fin du XIX^e siècle) imagine un démon [66, 94], agile et à la vue perçante,¹ qui, en choisissant d'ouvrir une porte entre deux boîtes symétriques (fig. 5.1 et [66, § 1.2.3]), laisse passer N atomes d'antimoine (par exemple) seulement dans un sens, donc finalement une des deux boîtes est vide. Le mouvement de porte est réversible (donc sans frottement).

Un atome est dans l'état approché F ou P , selon qu'il est dans une ou l'autre boîte. (L'ensemble de résultats est partitionné en $W = 2^N$.) Le démon s'arrange pour qu'aucun atome ne heurte la porte en mouvement. Les N atomes n'interagissent pas mutuellement (le gaz est parfait), ils rebondissent élastiquement sur les parois solides (adiabatiques), y compris la porte fermée. Initialement, la porte est ouverte depuis assez longtemps donc chaque atome est dans l'état approché F ou P avec une probabilité $1/2$, par symétrie. L'entropie sur k_B est $(S/k_B)_0 = N \ln 2$ mais finalement s'annule, après que le démon a placé tous les atomes dans l'état approché F . Il a comprimé le gaz sans travailler, mais il peut récupérer du travail

1. Cependant, un démon de Maxwell utilise beaucoup moins de mémoire que son cousin démon de Laplace.

FIGURE 5.1 – Expérience du démon de Maxwell



avec une turbine, s'il le désire : il a fabriqué un mouvement perpétuel. En supposant que l'environnement n'a pas changé simultanément, l'entropie d'univers a décré, contrairement au second principe.

Un albatros qui reste en l'air pendant très longtemps sans donner un coup d'aile est un démon de Maxwell, observant les atomes en blocs macroscopiques, autrement dit, le vent.

Comme la mécanique ne peut avoir raison contre le second principe, on « exorcise » le démon de Maxwell en faisant correspondre, à chaque bit observé, un accroissement d'entropie [25, 26], selon une loi complémentaire à la mécanique mais indépendante de la constante de Planck :

$$\begin{aligned} 0 \leq \delta(S/k_B)_{\text{univers}} &= \delta(S/k_B)_{\text{env}} + \delta(S/k_B)_{\text{système}} & (5.3) \\ &= \delta(S/k_B)_{\text{env}} - \ln 2, \end{aligned}$$

$$\delta(S/k_B)_{\text{env}} \geq \ln 2. \quad (5.4)$$

On supporte l'hypothèse (5.4), avec tel ou tel mécanisme permettant de voir un atome [25, fig. 13.1, p. 169], [50, vol. III, § 1.6]. Typiquement, pour observer un atome, on le heurte avec un photon, d'énergie E' . En cas de choc, on sait que l'atome est passé par là, mais on ne sait plus où est passé le photon. Pour pouvoir discerner un photon du rayonnement thermique environnant, il faut un rapport signal sur bruit très supérieur à un (ou $\ln 2$), donc, au total, l'entropie croît mais l'utilité peut croître).

Un albatros dissipe une énergie supérieure à $k_B T \ln 2$ par bit en échange de la réalité du vent, ce qui l'obligera finalement à redescendre pour se restaurer, sinon pour se reproduire. En général, pour rester en vie, un animal ne doit pas dissiper plus d'énergie pour trouver sa nourriture qu'il n'en retire en la mangeant.

5.4 Objets fragiles

Rayonnement

Loi de Planck (complémentaire à la mécanique) : un corps noir absorbe le rayonnement mais réémet un rayonnement dit thermique, avec une mesure continue en énergie, ne dépendant que de la température et maximale pour

$$\lambda = \lambda_P \approx \frac{2\pi\hbar c}{k_B T}.$$

(λ est une propriété de l'objet rayonnement.) Quand $\hbar \rightarrow 0$, la mesure continue en énergie diverge dans l'ultraviolet (λ petit).

Un gaz monoatomique (sodium, mercure, fer...) *chauffé* (dans une étoile ou une lampe) émet (en plus du rayonnement thermique) de la lumière à des fréquences quantifiées ne dépendant que de l'élément chimique, comme si les atomes étaient des instruments de musique accordés, ce pour quoi Niels Bohr propose une loi complémentaire à la mécanique.

Instabilité de la matière

Einstein explique l'effet photoélectrique, conversion de lumière en électricité : un photon arrache un électron à un atome. Effet photoélectrique et radioactivité laissent supposer qu'un atome contient des électrons de charge négative $-e$ (dont le nombre définit l'élément chimique : 1 pour l'hydrogène, 26 pour le fer, 51 pour l'antimoine...) et un noyau de charge positive, contenant des protons de charge positive $+e$ (et des neutrons de charge nulle). Quand l'atome devient divisible, la physique divorce de la logique.

Électron et proton, de charges opposées, s'attirent. Selon Ernest Rutherford, pour compenser cette attraction, les électrons tournent autour du noyau, comme les planètes autour du Soleil.

L'émission de lumière dans une lampe électrique ou la radiodiffusion laissent supposer, et les équations de Maxwell impliquent, qu'une particule chargée accélérée émet de la lumière donc l'atome de Rutherford est instable [50, 51, vol. III, § 2-4] (ou dissipatif) : pour qu'il subsiste, on doit lui adjoindre une source d'énergie.

En chimie, comment les atomes s'accrochent-ils entre eux alors qu'ils sont hérissés d'électrons qui se repoussent ? Sont-ils « crochus » [75, II.427] ?

Dualité onde-particule

Réflexion, réfraction, interférence, diffraction et diffusion, effet photoélectrique et d'autres découvertes ou inventions au XX^e siècle, laissent supposer que la lumière est faite tantôt d'ondes, rayons ou particules. Au XVII^e siècle, Christiaan Huygens utilise un principe ondulatoire, alors René Descartes utilise un principe

radiatif [43]. Malgré une possibilité d'unification sous le principe de Fermat, une dualité onde-rayon puis une dualité onde-particule s'installent.

On explique la dualité onde-rayon avec deux théories complémentaires : les équations de Maxwell du champ électromagnétique et la théorie de la relativité : un rayon lumineux est une ligne de champ et un chemin de photon.

Dans le vide, les équations de Maxwell impliquent une relation de dispersion entre pulsation d'onde ω et longueur d'onde λ

$$\omega = ck, \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}. \quad (5.5)$$

Dans la matière, les équations de Maxwell ont des solutions de type paquet d'onde (instable) ou soliton (stable), qui ressemblent à des particules qui ne peuvent être isolées.

Loi de Louis de Broglie : il s'agit d'une relation entre longueur d'onde λ et quantité de mouvement de particule $p = mv$:

$$\lambda p = 2\pi\hbar. \quad (5.6)$$

Pour un photon, avec (3.12, 5.5, 5.6),

$$E = pc = \frac{p}{k}\omega = \hbar\omega, \quad \frac{2\pi}{\omega}E = 2\pi\hbar, \quad (5.7)$$

où $2\pi/\omega$ est la période d'onde. (5.7, 5.6) sont des cas marginaux (avec des égalités au lieu d'inégalités) de (5.1, 5.2). Onde et particule sont les cas limites $\delta p \rightarrow 0$ et $\delta x \rightarrow 0$ de quelque chose qui obéit à (5.2) et qui n'est ni onde ni particule.

Traces subjectives

Un arc-en-ciel n'est pas un objet, parce qu'il dépend d'un point de vue subjectif [44]. Une propriété n'a de réalité qu'à travers une observation. Selon [44, § 2.5, p. 49] :

Autrement dit, il existe des situations où le vocabulaire employé — en particulier les mots d'électron, de particules etc. — suggère des « évidences » qui ne sont, en définitive, que, vraiment, de fausses évidences.

Objectivement, le tunnel du Mont Blanc n'existe pas, c'est une partie du Mont Blanc qui n'existe plus. Dans les semi-conducteurs, les trous existent autant que les électrons, et participent à une « ontologie fabriquée » [44, § 2.7, p. 57] mais utile.

Contrairement à la théorie de la mesure et le principe de causalité, un état n'est jamais complet. D'une part, chaque mesure est approximative (de précision limitée, section 5.2), d'autre part, en cherchant suffisamment, on trouve toujours un paramètre supplémentaire. De plus, on peut avoir un problème de choix dans l'ordre des propriétés, par exemple, dans (3.11), les indices 1, 2 sont échangeables.

D'une chose, on ne peut souvent pas faire un objet, à cause de traces subjectives, qui rappellent un sujet, comme une apostrophe rappelle une lettre élidée [23]. Par exemple, un code sur une poubelle (fig. 5.2) rappelle une brigade de pompiers. N'importe quelle propriété rappelle une expérience. Ainsi le domaine objectif se réduit comme peau de chagrin, laissant au plus une sorte d'objet, une « chose en soi », parfaitement inconnue et inutile [63, pp. 76, 102], [23, § I.2, p. 42].

Ce qu'on observe (même le monde de Laplace) dépend d'un modèle, subjectif, au contraire de la réalité, voir une citation d'Einstein, p. 34. Deux modèles d'utilité égale produisent une illusion, visuelle, comme l'escalier impossible de Maurits Cornelis Escher, ou acoustique, comme l'échelle de Roger Shepard.

Une réalité est une suite plate (sans structure), comme 4.19. Les parenthèses dans (4.20) ou les indices 1, 2 dans (3.10) sont des traces subjectives.

5.5 Paradoxe de Gibbs

On réutilise les boîtes du démon de Maxwell (fig. 5.1), porte ouverte depuis assez longtemps, avec N atomes, chacun d'état approché F ou P , selon qu'il est dans une ou l'autre boîte, donc l'entropie est $Nk_B \ln 2$. *Sans démon*, on ferme la porte, de manière quasi-statique (assez lentement) pour ne donner qu'une énergie arbitrairement petite au gaz.

Quand on ferme la porte, l'entropie reste constante, voici pourquoi :

- Le mouvement de porte est réversible et le gaz est en équilibre donc l'évolution est réversible globalement.
- Quand un atome rebondit sur la porte quasiment fixe, il est simplement réfléchi (comme un rayon lumineux) par le plan de la porte, qui est aussi le plan de réflexion entre les boîtes. En moyenne sur un assez grand nombre d'expériences, rien ne change.
- La température est non nulle, on utilise (4.6).

Cependant, une fois la porte fermée, l'état approché de chaque atome est déterminé (F ou P exclusivement), donc, en dépit des trois arguments précédents, l'entropie est nulle : c'est le paradoxe de Gibbs [87, § 7.3, pp. 243–246].

En particulier, avec $N = 1$, après fermeture, il reste un atome dans une seule boîte (peu importe laquelle, par symétrie, et il n'a pas deux types d'atomes selon le côté de la porte), donc l'entropie est nulle. On a réussi à comprimer le gaz non seulement sans travailler, comme le démon de Maxwell, mais encore sans informer.

Comme il n'y a pas de démon dans la paradoxe de Gibbs, tout exorcisme est inutile ; pour le résoudre, on revient à une entropie d'expérience, par opposition à une entropie d'objet. Ce qui compte dans l'entropie, ce n'est pas l'état de chaque atome en soi, mais ce qu'on peut déterminer avec une expérience et un modèle, en l'occurrence, le nombre d'atomes dans chaque boîte.

Les deux boîtes sont comme un domino à N points (y compris les dominos sans point d'un côté) : en mécanique, le nombre d'états est la partie entière de $(N + 2)/2$. Par exemple, avec $N = 2$, il y a deux cas : soit les atomes sont dans

FIGURE 5.2 – La poubelle des pompiers : un objet ?



des états opposés, soit ils sont dans le même état (il n'y a pas deux types de paires selon le côté de la porte (annexe A.4)). Pour N grand, l'entropie sur k_B , dominée par $\ln N$ n'est pas proportionnelle à (et négligeable devant) N . Après fermeture, tant qu'on ne compte pas les atomes (avec le même instrument utilisé pour préparer), on ne peut supposer qu'ils sont quelque part, et, sans plus de réalité, l'entropie reste constante.

Avec $N = 1$, si on remplace l'atome par quelque chose comme une onde stationnaire divisible en composantes localisées de part et d'autre de la porte, alors le paradoxe de Gibbs disparaît.

5.6 Non-localité

Dans une expérience avec des particules en petit nombre, aucune restriction de ressources n'empêche l'élimination du bruit. Cependant, on n'y parvient pas : même quand on pense ne rien avoir laissé au hasard, dans la plupart des expériences, un bruit persiste, comme si, n'en déplaise à Einstein, Dieu jouait aux dés.

On considère en particulier une expérience d'Aspect et d'autres, avec des paires de photons (annexe A.4 et [7, 44, 93]).² Un résultat se compose de deux bits. À chaque bit, passant par un détecteur avant d'entrer dans une conscience, correspond un événement selon la théorie de la relativité. Chaque bit est aléatoire complètement mais les deux bits sont corrélés, autrement dit, le système des deux photons est organisé. Comment ?

On imagine un mécanisme caché d'information entre photons, comme un passage secret dans un château médiéval ou l'ubiquité des *Sabines* [10]. Pour vérifier cela, on fait fonctionner les détecteurs à des instants assez proches et en des lieux assez éloignés, de sorte que les événements soient indépendants causalement. Une corrélation subsiste. Elle peut encore être causée par

- un paramètre supplémentaire local (propriété d'une particule),
- un paramètre supplémentaire non local, conscience qui produit une corrélation.

La localité de tout paramètre supplémentaire s'accorde avec le réalisme mathématique et contrafactuel d'Einstein [93, § 1.6, p. 15], [44, p. 34]. Cependant, on peut trouver paradoxal d'attribuer un lieu à des paramètres qui sont dans une conscience individuelle ou collective, c'est-à-dire nulle part.

Selon un théorème de John Stewart Bell [44, appendice 1], [7], si tout paramètre supplémentaire est locaux³, alors la corrélation entre les deux bits obéit certaines inégalités, dont une est violée (ou contredite) dans une expérience, pour une certaine orientation relative des détecteurs, qui sont des polariseurs. Après critique et confirmation du théorème de Bell et de l'expérience d'Aspect, la plupart des physiciens choisissent de renoncer à tout paramètre supplémentaire local.

2. Ces photons sont produits à des fréquences différentes dans une cascade radiative [7].

3. Une autre hypothèse, sur laquelle insiste [93], est le principe cybernétique.

C'est finalement cette non-localité qui ruine définitivement la mécanique et le point de vue objectif. La non-localité existe sans qu'une particule se déplace à vitesse strictement supérieure à c , d'où, selon Aspect, une « tension avec la [théorie de la] relativité ».

5.7 Paradoxes d'identité

On ne sait jamais certainement quel objet on observe, puisque cela dépend d'un modèle (trace subjective) ; on peut convenir qu'il n'y a qu'un objet, le monde. Une particule dans une boîte est-elle la même que si elle était dans une autre boîte, symétrique de la première ? Un déplacement (éventuellement composé avec une réflexion) change-t-il l'identité ? Un nom change-t-il l'identité ? Des jumeaux sont-ils identiques ?

Le presse-papier de Schrödinger est-il le même si on le fond ou si on le remplace par un autre de même fabrication [89, p. 38] ? Revoit-on jamais la même rivière, la même poubelle (fig. 5.2), le même homme ? Non selon Héraclite, parce que « tout s'écoule » [75, V.note 19], « le monde entier s'écoule en un flux permanent » [75, V.280], « Car tous les corps sont dans un flux perpétuel comme des rivières, et des parties y entrent et en sortent continuellement. » [67, 71].

Tenant compte de la structure nucléaire de l'atome, le paradoxe de Gibbs (avec $N = 2$) disparaît si on remplace les atomes d'antimoine de part et d'autre de la porte par un atome d'antimoine 121 et un atome d'antimoine 123 [87].

Selon une définition de Leibniz (« règle de substitution des identiques ») [46] : des objets sont identiques si leurs propriétés sont identiques.

Pour éviter une pétition de principe, il faut et il suffit que les propriétés ne soient pas elles-mêmes des objets mais des choses rappelant une réalité constante [107, 3.325]. L'incertitude sur les propriétés d'un objet implique un paradoxe d'identité.

D'un point de vue calculatoire, l'élimination des objets (« variables ») est la programmation fonctionnelle [108, 14].

« x est identique à y » signifie (est) « x est y » mais « pour définir l'être, il faudrait dire c'est, et ainsi employer le mot défini dans la définition » [82]. Si x est vraiment y , pourquoi vouloir dire que x est identique à y ? Il suffit d'éliminer l'un en le remplaçant par l'autre. Selon [107, 5.53] :

J'exprime l'égalité [identité] des objets par l'égalité des signes et non au moyen d'un signe d'égalité. J'exprime la différence des objets par la différence des signes.

Autrement dit, on évite un problème en revenant, selon le calcul λ de Church [108, 14], à une réalité, suite finie d'identité définie et décidable.

Théorème d'Emil Post (en 1947) [109, § 12.8, p. 1141] : l'égalité d'expressions quelconques selon un système de règles est indécidable [108, § 2.5.2].

À défaut d'identité générale, on peut toujours définir une relation d'équivalence dans un certain ensemble.

Définition : dans un modèle, des expressions x et y sont indiscernables si toute prédiction avec ce modèle, soit $f(x, y)$, est invariant par échange de x, y , c'est-à-dire, $f(x, y) = f(y, x)$.

Exemples :

- Des salariés, Dupond et Dupont, sont indiscernables pour un actionnaire si son espérance de gain est invariante par échange de Dupond et Dupont.
- Des jumeaux sont indiscernables pour la génétique mais non pour l'état civil.
- Dans le modèle d'expérience de pile ou face (4.9, 4.10, 4.11, 4.12, 4.13, 4.14, 4.15), seules (4.11, 4.13, 4.14, 4.15) sont invariantes par échange de F, P . F, P sont indiscernables (même si la pièce n'est pas symétrique).

5.8 Âne de Buridan

Paradoxe de l'âne [prétendu] de [Jean] Buridan : un âne, placé devant un seau d'eau et un sac d'avoine, ne sachant choisir entre boire et manger, se laisse finalement mourir.

Jacques Bernoulli (à la fin du XVII^e siècle) résout superficiellement ce problème de choix et d'autres avec un principe de raison insuffisante (ou d'indifférence) [5], [57, p. 112] : le choix est aléatoire et équiprobable (comme à pile ou face).

En fait, la probabilité de choix est elle-même inconnue.

Le principe de moindre action, qui dépend d'une recherche d'extremum (maximum ou minimum), n'est pas en général causal : ce problème de choix peut être incompatible avec la mécanique mais compatible avec la liberté en psychophysique.

En mathématiques, la causalité est restreinte par le théorème d'incomplétude logique. D'une proposition indécidable on peut faire un axiome, pour ne pas faire l'âne (de Buridan).

Pour résoudre le paradoxe de l'âne de Buridan, on imagine un observateur ou pilote, qui choisit pour l'âne. En ce qui concerne un problème de choix dans un programme universel, on imagine un « démon de Laplace » ou une « matrice » [65] tient lieu de pilote.

L'existence de programme universel s'accorde avec la mécanique, sauf la nature des nombres, rationnels ou idéaux : les lois seraient données à priori (par Dieu, selon le créationnisme), il resterait seulement à les découvrir et les appliquer. Inversement, on peut croire que les lois sont toujours à refaire, selon leur utilité à cette époque.

Chapitre 6

Physique quantique

On veut résoudre les paradoxes de la mécanique et expliquer les lois complémentaires à la mécanique dépendant de la constante de Planck. On veut prédire la réalité plutôt que décrire des objets [93, § 8.2, p. 188].

6.1 Résultat à une composante

6.1.1 Vecteur d'amplitude de probabilité, réduction et évolution

Selon Bohr [93, p. 64] : « the formalism does not allow pictorial representation », c'est-à-dire, « le formalisme ne permet pas de représentation en images ». Ce n'est pas par hasard ou par défaut de pédagogie mais parce qu'on veut pouvoir étudier une expérience sans mécanisme.

Cependant, la mécanique est encore utile comme complément à la théorie quantique : selon Bohr [93, § 3.5, p. 64],

[...] one must describe both experimental conditions and observations by the same means of communication as the one used in classical physics.

[...] il faut décrire à la fois les conditions expérimentales et les observations par les mêmes moyens de communication [information] que ceux utilisés en physique classique [mécanique].

Pour un résultat binaire, on construit un modèle, sans image, avec l'espace vectoriel complexe \mathbb{C}^2 (A.4, A.5), à deux dimensions, c'est-à-dire, dont tout vecteur

$$\psi = (\psi_F, \psi_P) \in \mathbb{C}^2 \quad (6.1)$$

est une combinaison linéaire de la base canonique

$$(e_F, e_P) = ((1, 0), (0, 1)) : \psi = \psi_F e_F + \psi_P e_P. \quad (6.2)$$

Soit une base (ϕ_1, ϕ_2) orthonormale, c'est-à-dire, par définition,

$$\langle \phi_1 | \phi_1 \rangle = \langle \phi_2 | \phi_2 \rangle = 1, \quad \langle \phi_1 | \phi_2 \rangle = 0,$$

par exemple la base canonique ou

$$\begin{aligned}\phi_1 &= +\frac{1}{\sqrt{2}}e_F + \frac{1}{\sqrt{2}}e_P = \frac{1}{\sqrt{2}}(+1, +1), \\ \phi_2 &= +\frac{1}{\sqrt{2}}e_F - \frac{1}{\sqrt{2}}e_P = \frac{1}{\sqrt{2}}(+1, -1).\end{aligned}\tag{6.3}$$

Théorème de [Marc Antoine de] Parseval (ou Pythagore dans un espace vectoriel euclidien) : pour tout vecteur ψ de \mathbb{C}^2 , avec (A.5),

$$\psi = \langle \phi_1 | \psi \rangle \phi_1 + \langle \phi_2 | \psi \rangle \phi_2, \tag{6.4}$$

$$\langle \psi | \psi \rangle = |\langle \phi_1 | \psi \rangle|^2 + |\langle \phi_2 | \psi \rangle|^2. \tag{6.5}$$

Loi de Max Born : à un résultat binaire, F ou P exclusivement, correspond un vecteur d'amplitude de probabilité ψ (6.1) tel que les probabilités de F, P sont

$$p_F = |\psi_F|^2 \geq 0, \quad p_P = |\psi_P|^2 \geq 0. \tag{6.6}$$

La base canonique étant orthonormale, avec (6.5),

$$\langle \psi | \psi \rangle = p_F + p_P = 1. \tag{6.7}$$

Les probabilités sont invariant par décalage de phase, c'est-à-dire, quand on remplace ψ par $u\psi$, où u est un nombre complexe de module un.

« Principe de réduction » : si le résultat est F (par exemple), alors ψ se réduit à e_F , à une phase près, ce qu'on note $\psi \equiv e_F$. Il s'agit simplement d'accorder modèle et réalité.¹

ψ n'est pas un état [44, § 8.1.1, p. 199] mais plutôt un « catalogue de prévisions » [89, p. 109], permettant d'appliquer la loi de Born à une expérience particulière.

Préparer complètement une expérience dont le préparat est binaire équivaut à observer un bit, après quoi ψ est déterminé à une phase près.

Définition : un opérateur (application de \mathbb{C}^2 vers lui-même) linéaire A est *hermitien* si, pour tout vecteur ψ de \mathbb{C}^2 ,

$$\langle \psi | A(t) \psi \rangle = \langle A(t) \psi | \psi \rangle. \tag{6.8}$$

Théorème de diagonalisation : tout opérateur linéaire hermitien A est diagonalisable dans une base orthonormale et ses valeurs propres sont idéales, c'est-à-dire, il existe une base orthonormale (ϕ_1, ϕ_2) (dans laquelle A est diagonal) et des nombres idéaux a_1, a_2 tels que

$$A\phi_1 = a_1\phi_1, \quad A\phi_2 = a_2\phi_2. \tag{6.9}$$

Le spectre de A est l'ensemble de ses valeurs propres $\{a_1, a_1\}$.

1. Évidemment, le modèle est lui aussi une réalité, séparée de l'expérience à laquelle il correspond.

« Principe d'évolution » : on détermine une évolution de ψ avec une condition instantanée et une équation de Schrödinger :

$$i\hbar \frac{d\psi}{dt}(t) = H(t)\psi(t), \quad (6.10)$$

où $H(t)$ est un opérateur linéaire, dit *hamiltonien*. \hbar anticipe les lois quantiques, comme la loi de Planck. (6.7) et (6.10) impliquent que $H(t)$ est hermitien donc diagonalisable.

Juste avant observation à l'instant zéro (par exemple), c'est-à-dire, pour t tendant vers zéro par valeur inférieure, ψ peut différer de e_F , de sorte qu'une réduction s'accompagne en général une discontinuité de la fonction $t \rightarrow \psi(t)$ ou « saut quantique » (changement de modèle).

Principe de réduction (discontinue) et principe d'évolution (continue), sont les deux éléments principaux d'une théorie quantique « orthodoxe » de von Neumann [98, 74], non causale, induite des travaux de Heisenberg [106, ch. 12, p. 154].

(6.10) est une équation linéaire, autrement dit, dont l'ensemble des solutions est un espace vectoriel complexe. (6.10) est réversible quel que soit l'instant initial.²

Définition : une base orthonormale (ϕ_1, ϕ_2) est une *base d'observation* si ψ se réduit en ϕ_1, ϕ_2 selon le résultat.

Par exemple, la base canonique est une base d'observation, correspondant à F, P .

Loi de Born généralisée : pour une base d'observation quelconque (ϕ_1, ϕ_2) , les probabilités de résultat sont

$$|\langle \phi_1 | \psi \rangle|^2, \quad |\langle \phi_2 | \psi \rangle|^2. \quad (6.11)$$

Soit un hamiltonien H constant, correspondant à un système isolé (sauf que ψ peut être réduit par observation). H est diagonalisable :

$$H\phi_1 = E_1\phi_1, \quad H\phi_2 = E_2\phi_2. \quad (6.12)$$

L'ensemble des solutions de (6.10) est

$$\psi(t) = \alpha_1 e^{-i\omega_1 t} \phi_1 + \alpha_2 e^{-i\omega_2 t} \phi_2, \quad (\alpha_1, \alpha_2) \in \mathbb{C}^2, \quad \omega_1 = \frac{E_1}{\hbar}, \quad \omega_2 = \frac{E_2}{\hbar} \quad (6.13)$$

mais (6.7) implique

$$|\alpha_1|^2 + |\alpha_2|^2 = 1.$$

De l'instant 0 à l'instant t , le vecteur d'amplitude de probabilité subit une transformation unitaire (conservant la norme hermitienne)

$$\psi(0) \rightarrow \psi(t) = e^{-\frac{i}{\hbar} H t} \psi(0). \quad (6.14)$$

Avec (6.6, 6.13) et

$$\phi_1 = \phi_{1,FeF} + \phi_{1,PeP}, \quad \phi_2 = \phi_{2,FeF} + \phi_{2,PeP}, \quad \delta\omega = \omega_1 - \omega_2,$$

2. Le théorème de Cauchy est renforcé par linéarité.

la probabilité de F (par exemple) est

$$p_F(t) = |\psi_F(t)|^2 = |\alpha_1 e^{-i\omega_1 t} \phi_{1,F} + \alpha_2 e^{-i\omega_2 t} \phi_{2,F}|^2 \quad (6.15)$$

$$= |\alpha_1|^2 |\phi_{1,F}|^2 + |\alpha_2|^2 |\phi_{2,F}|^2 + 2\Re(\alpha_1 \alpha_2^* \phi_{1,F} \phi_{2,F}^* e^{i\delta\omega t}), \quad (6.16)$$

où apparaît un terme d'interférence en $\exp(i\delta\omega t)$ (dès que $\psi(0)$ n'est un vecteur propre de H). Dans (6.15), les amplitudes de probabilité, compatibles avec un même résultat, s'ajoutent, alors que, dans (6.7), les probabilités de résultats distincts s'ajoutent [50, vol. III, § 1.7].

Comme la fonction $t \rightarrow \psi(t)$ est continue, si, après avoir observé F , on observe à nouveau dans un délai très inférieur à $2\pi/|\delta\omega|$, alors on observe encore F , avec une probabilité proche d'un : c'est l'effet Zénon quantique [93, § 12.7.3, pp. 253, 288] (au sens où on n'atteint pas P).

6.1.2 Opérateur linéaire hermitien observable

On code F ou P en nombres rationnels, par exemple avec (4.10) ou en général

$$\chi(F) = a_1, \quad \chi(P) = a_2. \quad (6.17)$$

Une base d'observation (ϕ_1, ϕ_2) étant donnée, il existe un unique opérateur linéaire hermitien (6.8) A tel que (6.9). Ainsi, on code numériquement une composante de résultat en valeur propre rationnelle d'opérateur linéaire hermitien, qu'on considère comme un système.

Notations tensorielles et matricielle :

$$\begin{aligned} (\rho_{i,j}, i, j = F, P) &= ((\rho_{i,j}, j = F, P), i = F, P) \\ &= ((\rho_{i,F}, \rho_{i,P}), i = F, P) = ((\rho_{F,F}, \rho_{F,P}), (\rho_{P,F}, \rho_{P,P})) = \begin{pmatrix} \rho_{F,F} & \rho_{F,P} \\ \rho_{P,F} & \rho_{P,P} \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (6.18)$$

Pour des vecteurs $\psi(1), \psi(2)$ de \mathbb{C}^2 , le produit tensoriel *hermitien* $\psi(1) \times \psi(2)$ est l'unique opérateur linéaire, tel que

$$\langle e_i | \psi(1) \times \psi(2) e_j \rangle = \langle e_i | \psi(1) \rangle \langle \psi(2) | e_j \rangle. \quad (6.19)$$

La fonction $(\psi(1), \psi(2)) \rightarrow \psi(1) \times \psi(2)$ est linéaire à gauche, anti-linéaire à droite, à l'inverse de (A.5). \times est non commutatif, non associatif.

Soit $L(\mathbb{C}^2)$ l'ensemble des opérateurs linéaires sur \mathbb{C}^2 . $L(\mathbb{C}^2)$ est un espace vectoriel complexe à quatre dimensions, de base canonique

$$(e_i \times e_j, i, j = F, P), \quad (6.20)$$

dans laquelle le développement général de $\Psi \in L(\mathbb{C}^2)$ est, avec (6.18),

$$\begin{aligned} \Psi &= \Psi_{F,F} e_F \times e_F + \Psi_{F,P} e_F \times e_P + \Psi_{P,F} e_P \times e_F + \Psi_{P,P} e_P \times e_P, \quad (6.21) \\ \text{mat } \Psi &= (\Psi_{i,j}, i, j = F, P) \\ &= \begin{pmatrix} \Psi_{F,F} & \Psi_{F,P} \\ \Psi_{P,F} & \Psi_{P,P} \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Avec \times , on transforme (6.4, 6.9) en identités fonctionnelles,

$$\text{Id} = \phi_1 \times \phi_1 + \phi_2 \times \phi_2, \quad (6.22)$$

$$A = a_1 \phi_1 \times \phi_1 + a_2 \phi_2 \times \phi_2, \quad (6.23)$$

où $\phi_1 \times \phi_1$ est la projection orthogonale sur ϕ_1 (hermitienne).

6.1.3 Espérance et variance de résultat

ψ étant donné, l'espérance (de résultat d'expérience) d'un opérateur linéaire hermitien A , autrement dit, est, selon la loi de Born, avec (6.23, 6.19),

$$\begin{aligned} \langle A \rangle &= a_1 |\langle \phi_1 | \psi \rangle|^2 + a_2 |\langle \phi_2 | \psi \rangle|^2 \\ &= a_1 \langle \psi | \phi_1 \rangle \langle \phi_1 | \psi \rangle + a_2 \langle \psi | \phi_2 \rangle \langle \phi_2 | \psi \rangle \\ &= \langle \psi | (a_1 \phi_1 \times \phi_1 + a_2 \phi_2 \times \phi_2) \psi \rangle \\ &= \langle \psi | A \psi \rangle. \end{aligned} \quad (6.24)$$

$$= \langle \psi | A \psi \rangle. \quad (6.25)$$

L'écart quadratique moyen ou carré de la variance de A pour ψ est

$$\langle (A - \langle A \rangle \text{Id}) \psi | (A - \langle A \rangle \text{Id}) \psi \rangle = \langle \psi | (A - \langle A \rangle \text{Id})^2 \psi \rangle = \langle A^2 \rangle - \langle A \rangle^2 = \langle \delta A \rangle^2 \geq 0.$$

Pour tout opérateur linéaire hermitien B , pour tout nombre idéal x ,

$$\langle (A + ixB) \psi | (A + ixB) \psi \rangle = \langle \psi | (A - ixB)(A + ixB) \psi \rangle = \langle B^2 \rangle x^2 + i \langle AB - BA \rangle x + \langle A^2 \rangle \geq 0,$$

polynôme du second degré positif donc de discriminant négatif

$$\langle AB - BA \rangle^2 - 4 \langle A^2 \rangle \langle B^2 \rangle \leq 0 ;$$

en remplaçant A par $A - \langle A \rangle \text{Id}$ et B par $B - \langle B \rangle \text{Id}$, et avec un peu d'algèbre,

$$\langle \delta A \rangle \langle \delta B \rangle \geq \frac{1}{2} |\langle AB - BA \rangle|. \quad (6.26)$$

En appliquant (6.26) aux opérateurs X, P de lieu et une quantité de mouvement, tels que [50, vol.III, § 20.6]

$$XP - PX = i\hbar \text{Id},$$

d'où (5.2), avec $\delta x = \langle \delta X \rangle$, $\delta p = \langle \delta P \rangle$, $K_2 = \frac{1}{2}$.

(6.10) implique une équation d'évolution d'espérance (de résultat d'expérience) de A constant [50, vol. III, § 20.7] :

$$i\hbar \frac{d\langle A \rangle}{dt}(t) = -\langle \psi(t) | (H(t)A - AH(t)) \psi(t) \rangle, \quad (6.27)$$

donc, avec $A = H$, la conservation d'énergie moyenne d'un système isolé. Avec $A = X, P$, (6.27) implique une équation de mouvement moyen [50, vol. III, § 20.7], compatible avec (5.1, 5.2). X ne commute pas en général avec $H(t)$, sauf en équilibre mécanique $d\langle X \rangle(t)/dt = 0$.

6.1.4 Opérateur densité

En reprenant (6.24), et en utilisant plusieurs fois (6.19),

$$\begin{aligned}
 \langle A \rangle &= \langle \psi | (A\phi_1) \times \phi_1 \psi \rangle + \langle \psi | (A\phi_2) \times \phi_2 \psi \rangle \\
 &= \langle \psi | A\phi_1 \rangle \langle \phi_1 | \psi \rangle + \langle \psi | A\phi_2 \rangle \langle \phi_2 | \psi \rangle \\
 &= \langle \phi_1 | \psi \rangle \langle \psi | A\phi_1 \rangle + \langle \phi_2 | \psi \rangle \langle \psi | A\phi_2 \rangle \\
 &= \langle \phi_1 | (\psi \times \psi) A\phi_1 \rangle + \langle \phi_2 | (\psi \times \psi) A\phi_2 \rangle \\
 &= \text{tr}(\rho A), \quad \rho = \psi \times \psi,
 \end{aligned} \tag{6.28}$$

où (par définition) tr est la trace (somme de coefficients diagonaux) et ρ l'opérateur densité (projection orthogonale sur ψ , hermitien) [93, p. 189], [95, t. 1, § 1.3.1].

Dans une base orthonormale où A n'est pas nécessairement diagonal, en utilisant (6.22) deux fois,

$$\langle \psi | A \psi \rangle = \sum_{i,j=F,P} \langle \psi | e_i \times e_i | A e_j \times e_j \psi \rangle = \sum_{i,j=F,P} \psi_i^* \langle e_i | A e_j \rangle \psi_j = \sum_{i,j=F,P} \langle e_j | \rho e_i \rangle \langle e_i | A e_j \rangle, \tag{6.29}$$

ce qui équivaut à (6.28).

ρ est invariant par décalage de phase. Avec $A = \text{Id}$ dans (6.28),

$$\text{tr}(\rho) = 1. \tag{6.30}$$

(6.10) implique une équation d'évolution de ρ [95, t. 1, § 1.3.1] :

$$i\hbar \frac{d\rho}{dt}(t) = H(t)\rho(t) - \rho(t)H(t). \tag{6.31}$$

Les commutateurs $AB - BA$, $HA - AH$, $H\rho - \rho H$ dans (6.26, 6.27, 6.31) rendent utile une caractérisation générale de la condition de commutation $AB = BA$.

Théorème de codiagonalisation : soit A, B des opérateurs linéaires diagonalisables (il suffit qu'ils soient hermitiens, selon le théorème de diagonalisation) ; A, B commutent si et seulement si il existe une base propre de A et B , soit (ϕ_1, ϕ_2) , telle que

$$\begin{aligned}
 A\phi_1 &= a_1\phi_1, & A\phi_2 &= a_2\phi_2, \\
 B\phi_1 &= b_1\phi_1, & B\phi_2 &= b_2\phi_2.
 \end{aligned}$$

La matrice densité est la matrice d'un opérateur densité (dans une certaine base). On construit la matrice densité (dans la base canonique) en décomposant $\langle \psi$ (6.2) et en développant ρ (6.28) par linéarité à gauche et anti-linéarité à droite de \times

(6.19) :

$$\begin{aligned}
\rho &= (\psi_F e_F + \psi_P e_P) \times (\psi_F e_F + \psi_P e_P) \\
&= p_F e_F \times e_F + \psi_F^* \psi_P e_F \times e_P + \psi_P^* \psi_F e_P \times e_F + p_P e_P \times e_P \\
&= \sum_{i,j=F,P} \rho_{i,j} e_i \times e_j, \\
\text{mat } \rho &= \begin{pmatrix} p_F & \psi_F^* \psi_P \\ \psi_P^* \psi_F & p_P \end{pmatrix}. \tag{6.32}
\end{aligned}$$

Les coefficients diagonaux de (6.32) sont les probabilités de F, P , $\rho_{i,i} = p_i$, $i = F, P$, positives (6.6) et de somme un (6.7, 6.30),

$$\rho_{i,i} \geq 0, \quad i = F, P, \quad \sum_{i=F,P} \rho_{i,i} = 1. \tag{6.33}$$

Les coefficients non diagonaux, appelés cohérences, sont nuls si et seulement ψ est un vecteur de base (à une phase près) et laissent trace seulement d'un opérateur observable non diagonal. Par exemple, avec (6.13),

$$\begin{aligned}
\rho(t) &= |\alpha_1|^2 \phi_1 \times \phi_1 + \alpha_1^* \alpha_2 e^{+i\delta\omega t} \phi_1 \times \phi_2 \\
&\quad + \alpha_2^* \alpha_1 e^{-i\delta\omega t} \phi_2 \times \phi_1 + |\alpha_2|^2 \phi_2 \times \phi_2, \\
\text{mat } \rho(t) &= \begin{pmatrix} |\alpha_1|^2 & \alpha_1^* \alpha_2 e^{+i\delta\omega t} \\ \alpha_2^* \alpha_1 e^{-i\delta\omega t} & |\alpha_2|^2 \end{pmatrix}, \\
\text{tr}(\rho(t)(\phi_1 \times \phi_2 + \phi_2 \times \phi_1)) &= 2\Re(\alpha_1^* \alpha_2 e^{+i\delta\omega t}).
\end{aligned} \tag{6.34}$$

6.2 Physique statistique quantique

6.2.1 Temps

On revient sur la détermination du temps (section 5.2), d'un point de vue théorique. Il suffit d'expliquer la radioactivité.

Certains, au premier chef Schrödinger, supposant que le temps idéal de (6.10) est réel, autrement dit, que la réalité est continue, comme en mécanique, refusent tout saut quantique [23, p. 33]. Inversement, (c'est le point de vue proposé ici) avec un temps réel dénombrable, la réalité procède par saut.

Le temps idéal de (6.10) est une interprétation de probabilité de résultat, dans une expérience telle que (6.13). Par exemple, avec (6.3) et

$$\alpha_1 = -\alpha_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad \delta E = E_1 - E_2 > 0,$$

(6.16) devient

$$p_F(t) = \frac{1 - \cos(\delta\omega t)}{2} = \frac{1 + \sin(\delta\omega t - \frac{\pi}{2})}{2},$$

l'horloge avance proportionnellement au temps seulement en milieu de gamme,

$$t \approx \frac{\pi}{2\delta\omega}, \quad p_F(t) \approx \frac{1}{2} + \frac{\delta\omega}{2} \left(t - \frac{\pi}{2\delta\omega}\right), \quad (6.35)$$

et l'aiguille de l'horloge fait un tour en δt , gamme de l'horloge (plus grande durée sur laquelle il existe une relation bijective entre temps et probabilité),

$$\delta t \delta\omega = \pi, \quad \delta t \delta E = \pi\hbar,$$

d'où (5.1), avec $K_1 = \pi$.

Objectivement, δt apparaît comme une indétermination d'instant, compté en nombre de tours d'horloge. Contrafactuellement, on considère le temps idéal comme réel pour quelque chose ou quelqu'un, instrument fidèle ou sujet ami, occupant un espace newtonien.

Avec N échantillons, on cherche l'instant idéal t d'un certain instant entier n de préparat. Soit N_F le nombre de résultats F et N_P le nombre de résultats P . Avec N assez grand, on détermine statistiquement les probabilités de résultat,

$$p_F(t) \approx \frac{N_F}{N}, \quad p_P(t) \approx \frac{N_P}{N},$$

puis t avec (6.35).

Le théorème des grands nombres et (6.35) impliquent une relation entre l'indétermination statistique de N_F/N et l'indétermination statistique de t , notée $\delta\delta t$, (approximativement linéaire en milieu de gamme)

$$\delta\delta t \delta\omega = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{N}}. \quad (6.36)$$

$\delta\delta t$ tend vers zéro quand N tend vers l'infini donc n'est pas inférieurement bornée, au contraire de δt de (5.1). Ainsi, on détermine approximativement le temps, avec une précision croissant avec le nombre d'atomes de l'horloge.

La durée idéale d'expérience cumulée sur tous les échantillons est Nt , pour une durée entière réelle variant de n à Nn , selon qu'on construit l'expérience en parallèle (avec N copies simultanément) ou en série (N fois).

6.2.2 Décohérence à une composante

Après une préparation incomplète, ψ n'est pas déterminé, (6.27) n'est plus utilisable. Soit $\bar{\rho}$ la moyenne de ρ sur un ensemble d'échantillons [50, vol. III, pp. 3-12, 4-2, 5-17], [95, t. 1, § 1.3.1]. Il y a décohérence si toutes les cohérences sont nulles. Typiquement, dans (6.32), il y a décohérence si les phases de ψ_F, ψ_P sont aléatoires complètement.

Soit A un opérateur linéaire hermitien, non aléatoire, alors que ψ est aléatoire. En remarquant que $\langle A \rangle$ dépend non linéairement de ψ (6.25) mais linéairement de ρ (6.28), la moyenne statistique de la moyenne quantique $\langle A \rangle$ est

$$\overline{\langle A \rangle} = \text{tr}(\bar{\rho}A). \quad (6.37)$$

Par linéarité, $\bar{\rho}$ est encore hermitien. (6.37) empile deux niveaux statistiques, dont un seul est quantique.

On suppose (jusqu'à la fin de cette section) que H non dégénéré, de base propre (ϕ_1, ϕ_2) (6.12), et non aléatoire, donc, par linéarité, $\bar{\rho}$ est encore solution de (6.31); on suppose qu'après assez longtemps le système est en équilibre thermodynamique, $d\bar{\rho}(t)/dt = 0$, donc $H, \bar{\rho}$ commutent et, selon le théorème de codiagonalisation, il existe des nombres idéaux p_1, p_2 tels que

$$\bar{\rho} = p_1 \phi_1 \times \phi_1 + p_2 \phi_2 \times \phi_2. \quad (6.38)$$

De plus, (6.33) reste valable en moyenne, d'où une mesure (4.1), qui peut laisser supposer, objectivement mais contrafactuellement, que, pour chaque échantillon, ψ « est dans l'état i » avec la probabilité p_i .

Après avoir observé F , $\rho = e_F \times e_F$ et ne commute pas avec H (non dégénéré) donc n'est pas solution constante de (6.31). Il faut que $\bar{\rho}$ évolue vers un équilibre thermodynamique, en perdant sa cohérence énergétique (6.34).

Un mélange (6.38) n'équivaut pas à une combinaison linéaire de vecteurs d'amplitude de probabilité des résultats mélangés. Le mélange réduit la réalité, notamment les phases, donc l'entropie croît.

Supposer contrafactuellement qu'un symbole non encore observé existe avant d'avoir été observé (avec une certaine probabilité), autrement dit, qu'il est plutôt découvert qu'inventé, implique une décohérence.

On doit plutôt considérer $\bar{\rho}$ de (6.38) comme une solution décohérente de (6.31), venant de

$$\psi \equiv \sqrt{p_1} \phi_1 + u \sqrt{p_2} \phi_2, \quad |u| = 1, \quad (6.39)$$

où la phase de u est aléatoire complètement.

Au contraire de la mécanique, équilibre thermodynamique ($H, \bar{\rho}$ commutent) n'implique pas équilibre mécanique (H, X commutent); un oscillateur quantique, peut continuer à osciller en équilibre thermodynamique, d'où la stabilité de la matière ordinaire.

On tient compte d'une indétermination de H en posant

$$H^* = H + \delta H,$$

où H n'est qu'une approximation du hamiltonien H^* , plus simple à diagonaliser, et δH est une correction (par exemple, une énergie potentielle alors que H est purement cinétique). Sous certaines conditions assez compliquées [87, ch. 15], [95, t. 2, § 2.6], (6.38) est encore une approximation quasi-statique de $\bar{\rho}(t)$ et on détermine une évolution des probabilités avec une équation différentielle linéaire à coefficients constants, proportionnels à $|\langle \phi_i | \delta H \phi_j \rangle|^2$, d'où un théorème H quantique [87, § A.12].

Avec (6.32), (4.4) devient

$$S/k_B = -\text{tr}(\bar{\rho} \ln \bar{\rho}) = -\langle \ln \bar{\rho} \rangle. \quad (6.40)$$

6.3 Exemples

6.3.1 Particule en boîte

Soit une particule de masse m , en boîte de longueur l dont on néglige les fluctuations.

Avec le hamiltonien cinétique de Schrödinger,

$$H = \frac{1}{2m} P^2 = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2}, \quad (6.41)$$

constant et non aléatoire, la différence entre les deux plus petites énergies propres, la première excitée et la fondamentale, est

$$\delta E = \frac{\hbar^2}{2m} \frac{3\pi^2}{l^2}, \quad (6.42)$$

confirmé par analyse dimensionnelle (à un facteur sans dimension près), en supposant que δE ne dépend que de h, l, m .

On observe l'énergie, purement cinétique, comme dans l'expérience de Fizeau (p. 34), avec un instrument non local (composé de deux détecteurs en différents lieux) ; pour conserver un vecteur propre de H ainsi préparé, on récupère la particule dans une boîte symétrique de la première. En fait, on retrouve le paradoxe de Gibbs, avec deux portes au lieu d'une. On observe un lieu approché, c'est-à-dire, si la particule est dans l'une ou l'autre boîte, comme dans le paradoxe du démon de Maxwell, avec un détecteur, visant une des deux boîtes.

On observe δE , sans observer séparément E_1, E_2 , en faisant passer à travers une boîte des photons d'énergie E' variable : la probabilité de transmission est minimale pour $E' = \delta E$ à $k_B T$ près. Un photon absorbé cause une transition énergétique de E_1 à E_2 .

Un système en contact avec un environnement change d'autant moins que

$$k_B T \ll k_B T^* = \delta E, \quad \frac{\delta E}{k_B T} \gg 1, \quad (6.43)$$

ce qui équivaut, avec (5.6, 4.2, 4.8), à

$$l \ll \lambda_{dB} = \frac{2\pi\hbar}{mv_{th}}, \quad v_{th} = \sqrt{\frac{3k_B T}{m}}, \quad (6.44)$$

où λ_{dB} est la longueur d'onde de de Broglie thermique et v_{th} la vitesse thermique (aussi la vitesse du son).³

Dans (6.43), on observe un effet d'échelle ou masse [117, § IV.1, p. 5], [112] : plus l, m sont grands, plus le spectre d'énergie est resserré et plus l'objet est sensible à l'environnement. Pour un photon (de masse nulle), bien que (6.42) n'ait plus de

3. De même, une antenne ne capte pas d'onde beaucoup plus longue qu'elle et une embarcation n'est pas cisailée par une houle beaucoup plus longue qu'elle.

sens, la limite $m \rightarrow 0$ laisse supposer que le couplage avec l'environnement est négligeable, en accord aussi avec le fait que les équations de Maxwell dans le vide ne couplent pas des ondes de fréquences différentes.

On peut produire à température normale mais à basse pression une onde cohérente de lumière, avec un LASER (amplificateur de lumière par émission stimulée).

Évidemment, toute la physique n'est pas dans (6.43). Il y manque notamment la physique du champ électromagnétique ($m = 0$) et la physique de la matière condensée, dont voici quelques traits.

1. Dans un cristal de grande taille, le spectre d'énergie d'un électron occupe un ensemble d'intervalles, séparés par des bandes interdites.
2. Pour un cristal semi-conducteur ou isolant (au contraire d'un métal), les transitions énergétiques des électrons sont encore quantifiées, même à température et pression normales.
3. Pour un superfluide ou un superconducteur, on utilise encore un unique vecteur d'amplitude de probabilité.

6.3.2 Chat de Schrödinger, pile ou face

Paradoxe du chat de Schrödinger : soit (e_F, e_P) une base d'observation d'un chat, mort ou vivant. ψ peut être une combinaison linéaire de (e_F, e_P) (6.46), sans paradoxe, tant qu'on n'en fait pas un état ! Cependant, paradoxe il y a, touchant précisément le principe cybernétique, dans l'impossibilité de la base d'observation (6.3), correspondant à un chat zombie ou mort-vivant, contrairement au cas de la lumière polarisée.

Solution du paradoxe : préparer complètement une expérience de chat de Schrödinger ou une expérience de pile ou face est impossible pratiquement. Avec F, P équiprobables (par exemple), ψ se réduit à (6.46) où la phase de u est aléatoire complètement, donc

$$\text{mat } \bar{\rho} = \begin{pmatrix} 1/2 & 0 \\ 0 & 1/2 \end{pmatrix}, \quad \bar{\rho} = \frac{1}{2} \text{Id}. \quad (6.45)$$

6.3.3 Lumière polarisée

Pour y voir clair, on considère une expérience d'optique d'Érasme Bartholin (au XVII^e siècle) : un rayon lumineux, qui frappe à angle droit un polariseur, par exemple, une lame de calcite, se divise en un rayon ordinaire et un rayon extraordinaire.

On bloque le rayon extraordinaire P ; le rayon ordinaire F frappe un second polariseur, parallèle au premier, orientable avec un angle θ dans son plan. Le second polariseur transmet un rayon ordinaire et un rayon extraordinaire, dont l'intensité dépend de θ . Pour une intensité maximale assez faible, avec deux photomultiplicateurs, on observe si chaque photon est ordinaire ou extraordinaire, avec les probabilités p_F, p_P .

- Pour $\theta = 0[\pi]$ (à π près), $p_F = 1, p_P = 0$ donc $\psi \equiv e_F$;
- pour $\theta = \pi/2[\pi]$, $p_F = 0, p_P = 1$ donc $\psi \equiv e_P$;
- pour $\theta = \pi/4[\pi]$, par symétrie,

$$p_F = p_P = 1/2, \quad \psi = \frac{1}{\sqrt{2}}e_F + \frac{u}{\sqrt{2}}e_P, \quad |u| = 1, \quad (6.46)$$

à une phase près, c'est un cas de (6.39).

Par réflexion de plan $\theta = \pi/4[\pi]$, F, P s'échangent mais les probabilités (6.6) sont invariantes donc ψ devient $v\psi$, où v est un nombre complexe de module un :

$$v\psi = \frac{u}{\sqrt{2}}e_F + \frac{1}{\sqrt{2}}e_P, \quad (6.47)$$

En appliquant à nouveau la même transformation,

$$v^2\psi = \frac{1}{\sqrt{2}}e_F + \frac{u}{\sqrt{2}}e_P = \psi,$$

revenant au même, donc

$$v^2 = 1, \quad v = \pm 1 \quad (6.48)$$

(voir aussi [50, 51, vol. III, § 4-1]). En comparant (6.46, 6.47, 6.3), il y a deux cas :

$$\begin{cases} u = v = +1, & \psi = \phi_1, \\ u = v = -1, & \psi = \phi_2. \end{cases} \quad (6.49)$$

Pour θ quelconque, on complète la réduction [50, vol. III, § 11.4] :

$$\psi(\theta) = \cos \theta e_F + \sin \theta e_P. \quad (6.50)$$

Dans une expérience de polarisation (§ 6.3.3), H est dégénéré, ψ donc ρ dépendent de l'angle du premier polariseur (6.50), la matrice densité dans la base canonique est

$$\text{mat } \rho(\theta) = \begin{pmatrix} \cos^2 \theta & \cos \theta \sin \theta \\ \cos \theta \sin \theta & \sin^2 \theta \end{pmatrix}, \quad (6.51)$$

d'où en particulier une loi de Étienne Malus (au début du XIX^e siècle),

$$p_F = \cos^2 \theta, \quad p_P = \sin^2 \theta. \quad (6.52)$$

Sans polariseur, avec de la lumière isotrope, la préparation est incomplète, θ est aléatoire complètement, donc on retrouve (6.45), sans cohérence, et (6.40) se réduit à (4.18). Contrairement au cas de la lumière polarisée (6.51), il n'y a plus aucune raison pour qu'une rotation permette de passer d'une situation d'ignorance maximale (équiprobabilité) à une situation d'ignorance minimale (probabilités entières).

6.4 Résultat à plusieurs composantes

6.4.1 Intrigante intrication

Soit un résultat à deux composantes binaires, F ou P exclusivement, numérotées de 1 à 2. L'ensemble des résultats est un produit cartésien d'ensembles,

$$\{F, P\} \times \{F, P\} = \{(F, F), (F, P), (P, F), (P, P)\}. \quad (6.53)$$

Un vecteur d'amplitude de probabilité conjointe, généralisant évidemment celui d'un résultat à une composante, est $\Psi \in L(\mathbb{C}^2)$ (6.21).

Si les composantes de résultat sont indépendantes statistiquement, alors chacune a son vecteur d'amplitude de probabilité $\psi(1), \psi(2)$, décomposé selon (6.2) :

$$\psi(1) = \psi_F(1)e_F + \psi_P(1)e_P, \quad \psi(2) = \psi_F(2)e_F + \psi_P(2)e_P. \quad (6.54)$$

La probabilité de résultat (i, j) parmi (6.53) est

$$|\Psi_{i,j}|^2 = |\psi_i(1)|^2 |\psi_j(2)|^2, \quad i, j = F, P. \quad (6.55)$$

Pour cela, avec (6.19), il suffit que⁴

$$\Psi = \psi(1) \times \psi(2). \quad (6.56)$$

Définition : un quelconque vecteur d'amplitude de probabilité conjointe Ψ est *intriqué* (entremêlé ou non séparable) si Ψ n'est pas factorisable comme (6.56).

On développe (6.56) avec (6.54) :

$$\begin{aligned} \psi(1) \times \psi(2) &= (\psi_F(1)e_F + \psi_P(1)e_P) \times (\psi_F(2)e_F + \psi_P(2)e_P) \\ &= \psi_F(1)\psi_F(2)^* e_F \times e_F + \psi_F(1)\psi_P(2)^* e_F \times e_P + \\ &\quad \psi_P(1)\psi_F(2)^* e_P \times e_F + \psi_P(1)\psi_P(2)^* e_P \times e_P, \end{aligned} \quad (6.57)$$

$$\begin{aligned} \text{mat } \psi(1) \times \psi(2) &= (\psi_i(1)\psi_j(2)^*, \quad i, j = F, P) \\ &= \begin{pmatrix} \psi_F(1)\psi_F(2)^* & \psi_F(1)\psi_P(2)^* \\ \psi_P(1)\psi_F(2)^* & \psi_P(1)\psi_P(2)^* \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (6.58)$$

En comparant le développement particulier (6.57) au développement général (6.21), on prouve que Ψ est intriqué si et seulement si

$$\Psi_{F,F}\Psi_{P,P} \neq \Psi_{F,P}\Psi_{P,F}. \quad (6.59)$$

4. Avec \times , on évite la notation « bra-ket », typée donc lourde, mais attention à l'anti-linéarité à droite.

Les vecteurs d'amplitude de probabilité conjointe

$$\begin{aligned}
 \Phi_1 &= +\frac{1}{\sqrt{2}}e_F \times e_F + \frac{1}{\sqrt{2}}e_P \times e_P, \\
 \Phi_2 &= +\frac{1}{\sqrt{2}}e_F \times e_F - \frac{1}{\sqrt{2}}e_P \times e_P, \\
 \Phi_+ &= +\frac{1}{\sqrt{2}}e_F \times e_P + \frac{1}{\sqrt{2}}e_P \times e_F, \\
 \Phi_- &= +\frac{1}{\sqrt{2}}e_F \times e_P - \frac{1}{\sqrt{2}}e_P \times e_F.
 \end{aligned} \tag{6.60}$$

sont intriqués (annulant seulement un membre de (6.59)) et composent une base de $L(\mathbb{C}^2)$.

Sans interaction entre composantes, il existe des hamiltoniens séparés $H(1), H(2)$ tels que

$$i\hbar \frac{d}{dt} \psi(1)(t) = H(1)(t)\psi(1)(t), \quad i\hbar \frac{d}{dt} \psi(2)(t) = H(2)(t)\psi(2)(t).$$

$L(\mathbb{C}^2)$ est muni du produit hermitien canonique, correspondant à la base conjointe (6.20). Précisément, avec (6.58),

$$\langle \phi(1) \times \phi(2) | \psi(1) \times \psi(2) \rangle = \langle \psi(1) | \phi(1) \times \phi(2) | \psi(2) \rangle. \tag{6.61}$$

(L'ordre des facteurs s'accorde avec la linéarité ou l'anti-linéarité par rapport à chacun.)

6.4.2 Corrélation par échange

Si Ψ est intriqué, alors les composantes de résultat sont corrélées, quelle que soit la base d'observation. Par exemple, avec Ψ choisi parmi (6.60), intriqué, les composantes de résultat sont corrélées ou anti-corrélées complètement.

On suppose que les probabilités de résultat sont invariantes par échange de composantes.

Par échange des facteurs tensoriels dans (6.21), Ψ devient $\nu\Psi$, où $\nu = \pm 1$ (6.48).

Définition : l'expérience est paire si $\nu = 1$, sinon ($\nu = -1$) impaire : (avec a comme anti-corrélation, c comme corrélation),

$$\Psi_{\text{Bose}} = a\Phi_+ + c_F e_F \times e_F + c_P e_P \times e_P, \quad |a|^2 + |c_F|^2 + |c_P|^2 = 1, \tag{6.62}$$

$$\Psi_{\text{Fermi}} \equiv \Phi_-. \tag{6.63}$$

Théorème d'exclusion de Wolfgang Pauli (6.63) : dans une expérience impaire, deux composantes de résultat sont anti-corrélées complètement [50, vol. III, § 4.7].

Une particule X est un boson (resp. fermion) si une expérience avec deux X contribuant symétriquement à deux composantes de résultat est paire (resp. impaire). Certaines expériences et le théorème d'exclusion impliquent qu'un photon

est un boson et un électron est un fermion.⁵ Un ensemble de fermions en nombre pair est un boson, comme une paire d'électrons de Cooper dans un superconducteur.

En particulier, l'expérience d'Aspect, paire, obéit à (6.62) ; de plus, il n'y a pas deux types de paires (annexe A.4), F, P sont indiscernables, $c_F = c_P = c$,

$$\Psi = a\Phi_+ + c\Phi_1, |a|^2 + |c|^2 = 1. \quad (6.64)$$

Tenant compte d'une corrélation complète avec des polariseurs parallèles,

$$\Psi = \Phi_1. \quad (6.65)$$

On déduit ensuite les corrélations (violant une inégalité de Bell) en explorant les effets de (6.65) [7], sans paramètre supplémentaire local ni magie.

La parité d'une expérience de pile ou face avec deux pièces est inconnue. Avec (6.21), si on ne tient pas compte de l'ordre des composantes (indiscernables), alors

$$|\Psi_{F,P}| = |\Psi_{P,F}| ; \quad (6.66)$$

si (F, F) et (P, P) sont équiprobables, alors

$$|\Psi_{F,F}| = |\Psi_{P,P}|. \quad (6.67)$$

Si les pièces ne sont pas aimantées (ou placées en opposition par un sujet), c'est-à-dire, (par définition)

$$|\Psi_{F,P}| = |\Psi_{F,F}| \quad (6.68)$$

alors

$$|\Psi_{i,j}|^2 = \frac{1}{4}, \quad i, j = F, P. \quad (6.69)$$

On peut déterminer statistiquement l'aimantation des pièces. On ne peut réduire complètement Ψ , jusqu'aux phases des $\Psi_{i,j}$, autrement dit, on ne peut éviter une décohérence.

C'est une généralisation abusive de (6.69) qui implique le paradoxe de Gibbs [87]. Selon un modèle de type champ, un résultat est une suite de nombres de pièces de chaque type (F ou P), l'ensemble des résultats est

$$\{(1, 1), (0, 2), (2, 0)\}.$$

Par raison insuffisante, la probabilité de chaque résultat devrait être $1/3$, au contraire de (6.69) : c'est un paradoxe de Bertrand.

5. Lucrèce dirait : un boson est un atome grégaire, un fermion est un atome solitaire.

6.4.3 Chaîne d'instruments, coupure de von Neumann

On utilise l'intrication non seulement pour rendre compte de corrélations entre composantes de résultats (en faisant abstraction de tout instrument) mais aussi comme modèle de système (1) et instrument (2) corrélés.

On prédit le système composé (1,2) avec un vecteur d'amplitude de probabilité conjointe Ψ (6.21, 6.56). L'instrument est fidèle s'il n'y a pas termes croisés ($e_i \times e_j$, $i \neq j$) (ou s'il n'y a que des termes croisés) dans Ψ , ce qui implique une intrication (6.59, 6.60) et permet d'observer indirectement un système microscopique.

En branchant encore un instrument (3), et ainsi de suite, on construit une chaîne d'instruments. Si cette chaîne aboutit à une conscience, alors

On construit ainsi une chaîne, avec quelque part une réduction [98, ch. VI, p. 420] (voir aussi [44, § 4.3, p. 128, § 8.1.1, p. 203]) :

we must always divide the world into two parts, the one being the observed system, the other the observer. In the former, we can follow up all physical processes (in principle at least) arbitrarily precisely. In the latter, this is meaningless. The boundary between the two is arbitrary to a very large extent.

nous devons toujours diviser le monde en deux parties, l'une pour le système observé, l'autre pour l'observateur. Dans la première, nous pouvons suivre tous les processus physiques (en principe au moins) avec une précision arbitraire. Dans le second, cela n'a pas de sens. La frontière entre les deux est arbitraire dans une large mesure.

Avec (6.37), un modèle quantique est encore possible pour un système macroscopique, contrairement à une idée attribuée à Bohr [112, 115]. En fait, ce que von Neumann veut dire, c'est que chacun se construit sa réalité, avec un instrument (au moins un cerveau).

6.4.4 Décohérence à deux composantes

L'intrication empêche la réduction [89, p. 121] :

La fonction ψ de l'objet mesuré [système] a-t-elle ou non effectué un saut ? A-t-elle évolué de façon déterminée conformément à la loi (l'équation aux dérivées partielles [de Schrödinger]) ? Ni l'un, ni l'autre. Elle n'existe plus.

Ce qui existe, c'est un vecteur d'amplitude de probabilité conjointe de système et un instrument, et celui-ci peut encore être réduit.

L'instrument affichant F initialement (par exemple), au couplage de (1) et (2) correspond une transformation, dite pré-observation, telle que [106, ch. 12, p. 157], [113], [116, (2.1)] :

$$\Psi(0) = (\psi_F(1)e_F + \psi_P(1)e_P) \times e_F \rightarrow \Psi(t_1) = \psi_F(1)e_F \times e_F + \psi_P(1)e_P \times e_P \quad (6.70)$$

Au contraire de $\Psi(0)$, $\Psi(t_1)$ est intriqué, de sorte qu'il n'existe plus de vecteurs d'amplitude de probabilité séparés.

[89, p. 117] :

La connaissance maximale d'un système entier, formé de plusieurs parties, n'entraîne pas nécessairement la connaissance maximale de chacune des parties, pas même si ces dernières sont entièrement séparées et sans influence mutuelle au moment considéré.

En identifiant terme à terme :

$$e_F \times e_F \rightarrow e_F \times e_F, \quad (6.71)$$

$$e_P \times e_F \rightarrow e_P \times e_P. \quad (6.72)$$

(6.70) est non seulement un saut quantique mais aussi une évolution, selon (6.14), avec

$$H = H(1) + H(2) + H_t.$$

Comme $H(1), H(2)$ ne peuvent causer que des évolutions indépendantes statistiquement, on suppose pour simplifier $H(1) = H(2) = 0$. Soit H_t tel que [116]

$$H_t \psi(1) \times \psi(2) = g(e_P \times e_P \psi(1)) \times (\phi_2 \times \phi_2 \psi(2)) \quad (6.73)$$

$$= g \langle e_P | \psi(1) \times \psi(2) | \phi_2 \rangle e_P \times \phi_2, \quad (6.74)$$

où g est une constante de couplage ($g > 0$) ; ainsi, $H_t \Psi$ est déterminé pour tout Ψ , par linéarité (6.21). Avec (6.61),

$$H_t \psi(1) \times \psi(2) = g \langle e_P \times \phi_2 | \psi(1) \times \psi(2) \rangle e_P \times \phi_2,$$

$$H_t = g(e_P \times \phi_2) \times (e_P \times \phi_2),$$

H_t est un multiple de la projection orthogonale sur $e_P \times \phi_2$, un des plus simples hamiltoniens non séparés, évidemment diagonalisable (6.9) et dégénéré :

$$H_t e_P \times \phi_2 = g e_P \times \phi_2, \quad H_t e_F \times \psi(2) = 0, \quad H_t \psi(1) \times \phi_1 = 0. \quad (6.75)$$

En inversant (6.3), avec $F = c(0)1$, $P = c(0)2$ et (A.3)

$$e_{c(0)k} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{l=1}^2 e^{i\pi(k-1)(l-1)} \phi_l, \quad k = 1, 2,$$

on pose et on résout immédiatement (6.10) dans une base diagonale pour H_t (6.75) :

$$\begin{aligned} H_t e_{c(0)j} \times e_{c(0)k} &= g(j-1) e_{c(0)j} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{l=1}^2 e^{i\pi(k-1)(l-1)} (l-1) \phi_l \\ &= g(j-1)(l-1) e_{c(0)j} \times e_{c(0)k}, \\ e^{-\frac{i}{\hbar} H_t} e_{c(0)j} \times e_{c(0)k} &= e^{-ig(j-1)(l-1)t/\hbar} e_{c(0)j} \times e_{c(0)k} \\ &= e_{c(0)j} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{l=1}^2 e^{i(\pi(k-1)+g(j-1)t/\hbar)(l-1)} \phi_l. \end{aligned}$$

En « débranchant » H_t à l'instant

$$t = \frac{\pi\hbar}{g}, \quad (6.76)$$

$$\begin{aligned} e^{-\frac{i\pi}{g}H_t} e_{c(0)j} \times e_{c(0)k} &= e_{c(0)j} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{l=1}^2 e^{i\pi(k-1+j-1)(l-1)} \phi_l, \\ e^{-\frac{i\pi}{g}H_t} e_{c(0)1} \times e_{c(0)k} &= e_{c(0)1} \times e_{c(0)k}, \\ e^{-\frac{i\pi}{g}H_t} e_{c(0)2} \times e_{c(0)k} &= e_{c(0)1} \times e_{c(0)3-k}. \end{aligned}$$

L'intrication est réversible : en rebranchant H_t , on revient au vecteur d'amplitude de probabilité conjoint initial, non intriqué.

En détail, sans $c()$,

$$\begin{aligned} e_F \times e_F &\rightarrow e_F \times e_F, & e_F \times e_P &\rightarrow e_F \times e_P, \\ e_P \times e_F &\rightarrow e_P \times e_P, & e_P \times e_P &\rightarrow e_P \times e_F, \end{aligned} \quad (6.77)$$

où on retrouve en première colonne (6.71, 6.72), CQFD. (6.77) équivaut à la « matrice S » d'interaction entre système et instrument [93, § 3.2, p. 53], [50, vol.III, § 8.4],

$$\text{mat}_{\substack{e_i \times e_j \\ (i,j)=(F,F),(F,P),(P,F),(P,P)}} e^{-\frac{i\pi}{g}H_t} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Selon (6.77), l'instrument bascule (de F à P ou inversement) si et seulement si $\psi(1) = e_P$. (6.77) est une table de vérité de négation contrôlée [116]. Un symbole est copié du système vers l'instrument (c'est bien ce qu'on veut).

Pendant, dans la base d'observation (ϕ_1, ϕ_2) , (6.77) implique

$$\begin{aligned} \phi_1 \times \phi_1 &\rightarrow \phi_1 \times \phi_1, & \phi_1 \times \phi_2 &\rightarrow \phi_2 \times \phi_2, \\ \phi_2 \times \phi_1 &\rightarrow \phi_2 \times \phi_1, & \phi_2 \times \phi_2 &\rightarrow \phi_1 \times \phi_2, \end{aligned} \quad (6.78)$$

$$\text{mat}_{\substack{\phi_i \times \phi_j \\ (i,j)=(1,1),(1,2),(2,1),(2,2)}} e^{-\frac{i\pi}{g}H_t} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

(6.78) est encore une table de vérité de négation contrôlée mais cette fois un symbole est copiée de l'instrument vers le système (c'est ce qu'on ne peut éviter). Ainsi, le sens d'information dépend des conditions initiales [116].

Les transformations $\phi_2 \Leftrightarrow \phi_1$ du système (en première composante) dans (6.78) impliquent une indétermination de phase

$$\psi(2) = +\frac{1}{\sqrt{2}}e_F \pm \frac{1}{\sqrt{2}}e_P,$$

donc une décohérence équivalente à (6.46) quant à l'opérateur densité mais expliquée avec une interaction.

Selon [117, p. 5],

« lorsqu'on ne s'intéresse qu'à un sous-système d'un grand système, il est possible d'obtenir son état à partir de l'état du grand système en faisant une opération mathématique – qui s'appelle « prendre la trace partielle » – sur l'état global. »

Précisément, avec (6.70),

$$\rho = \Psi \times \Psi$$

et (6.29),

$$\begin{aligned} \Psi &= \sum_{i=F,P} \psi_i(1) e_i \times e_i, \\ \text{tr}(\rho A) &= \sum_{i,j=F,P} \psi_j(1)^* \langle e_j \times e_j | A(e_i \times e_i) \rangle \psi_i(1) \end{aligned}$$

Soit A un opérateur observable agissant uniquement sur le système. Avec (6.61),

$$\langle e_j \times e_j | A(e_i \times e_i) \rangle = \langle e_i | A(1) e_i \rangle \langle e_j | e_j \rangle = \langle e_i | A(1) e_i \rangle \delta_{i,j}, \quad \delta_{i,j} = \begin{cases} i = j: & 1, \\ i \neq j: & 0. \end{cases}$$

« Prendre la trace partielle » signifie sommer partiellement sur la base de $L(\mathbb{C}^2)$, en ne laissant qu'une somme sur la base de \mathbb{C}^2 :

$$\begin{aligned} \text{tr}(\rho A) &= \sum_{i=F,P} |\psi_i(1)|^2 \langle e_i | A e_i \rangle \\ &= \text{tr}(\rho(1) A(1)), \quad \rho(1) = \sum_{i=F,P} |\psi_i(1)|^2 e_i \times e_i, \end{aligned}$$

où $\rho(1)$ est l'opérateur densité du système [116, (2.36a)]. Précisément, $\rho(1) \in L(\mathbb{C}^2)$ alors que $\rho \in L(L(\mathbb{C}^2))$.

Avec un vecteur d'amplitude de probabilité de l'instrument de dimension N (au lieu de 2), proportionnelle au nombre d'atomes de l'instrument, le délai d'intrication (6.76) devient

$$t = \frac{2\pi\hbar}{gN}. \quad (6.79)$$

Si N est grand et g n'est pas trop petit, alors la décohérence est rapide et ressemble à un saut quantique et l'intrication est irréversible pratiquement [116, note 3, p. 722]. De plus, comme Ψ est une combinaison linéaire de vecteurs correspondant à deux résultats distincts, l'instrument est un chat de Schrödinger. [28].

Pour une discussion plus complète, on doit tenir compte aussi de l'environnement, qui interagit avec le système et l'instrument, comme l'instrument interagit avec le système (d'où une troisième composante dans un modèle auto-similaire).

Selon [113] :

The form of the interaction Hamiltonian between the apparatus and its environment is sufficient to determine which observable can be considered “recorded” by the apparatus.

La forme du hamiltonien d’interaction entre l’instrument et son environnement suffit à déterminer l’[opérateur] observable qui peut être considéré comme « enregistré » par l’instrument.

6.5 Théories physiques sympathiques

Un mouvement d’entraînement à vitesse uniforme n’a aucun effet, un mouvement d’entraînement à accélération uniforme a les mêmes effets qu’un champ de pesanteur uniforme, ce qui s’accorde avec l’empirisme critique d’Ernst Mach [109, § 9.15, p. 1047].

Chacun peut bien se faire sa théorie, tant que tous s’accordent sur les probabilités de résultat !

Avec la loi de de Broglie (5.6), on explique la non-localité ainsi : les particules seraient pilotées par une onde cohérente, généralisant en quelque sorte l’onde électromagnétique mais non locale.

Dans les diverses théories quantiques (équivalentes quant aux probabilités de résultat), il existe toujours un paramètre supplémentaire non local, en accord avec le théorème de Bell (§ 5.6) :

1. en théorie quantique orthodoxe : un vecteur d’amplitude de probabilité, pour une observation en plusieurs instants-lieux indépendants causalement ;
2. en théorie de l’onde pilote de de Broglie & David Bohm : l’onde pilote elle-même cause à distance un mouvement de particules [44, 93] ;
3. en mécanique stochastique [105, 77, 83, 81] : un chemin brownien ;
4. en théorie de la superfluidité : un superfluide, ou un fluide [84] ;
5. en seconde quantification : les modes de [Joseph] Fourier.
6. en théorie des intégrales de chemin de Richard Feynman : un chemin.

Le tab. 6.1 signifie que la théorie de Feynman est au principe de moindre action (§ 3.4) ce que les équations de Maxwell — intégrées en principe de Huygens — sont au principe de Fermat (p. 21).

La théorie de l’onde pilote ne s’accorde pas avec la théorie de la relativité [44] et on n’espère pas mieux de la mécanique stochastique. Au contraire, une réalité de seconde quantification est une suite nombres entiers naturels (de particules), non locaux donc invariants galiléens.

Encore d’autres théories quantiques sont motivées par une insatisfaction vis-à-vis du principe de réduction ou la loi de Born [105, 114]. Pour éliminer le principe de réduction, on introduit une non-linéarité dans (6.10) [44, § 9.8]⁶ et on trouve à

6. Il y a déjà une non-linéarité dans (6.7).

peu près une équation de Vitali Ginzburg & Lev Landau, modèle d'organisation superfluide ou fluide [2]. On déduit simplement plusieurs lois quantiques, notamment l'existence de ψ et la loi de Born, de la théorie des probabilités, avec un théorème de représentation conforme (factorisation de séries trigonométriques positives) de Frigyes Riesz & Lipót Fejér [54].

La théorie de la relativité d'échelle consiste à « expliquer le comportement quantique aux petites échelles comme manifestation de l'auto-similarité de l'espace-temps, de même que la gravitation est interprétée en [théorie de la] relativité générale d'Einstein comme manifestation de sa courbure » [78, p. 77].

Il existe plusieurs théories quantiques. Selon Heisenberg [93, § 7.5, p. 180, § 8.5, p. 192, p. 282], ψ existe objectivement (plus ou moins comme un champ électromagnétique) et sa réduction est un « événement de Heisenberg » :

... the actual events occur at the level of the devices, not at the level of the registration of the result in the mind of the observer.

... l'événement se produit effectivement au niveau de l'instrument, non au niveau de l'enregistrement du résultat dans l'esprit de l'observateur.

Ou encore [93, § 12.7, p. 249] :

But von Neumann quantum theory takes the physical system S upon which the crucial process I acts to be the brain of the agent, or some part of the brain.

Mais la théorie quantique de von Neumann prend pour système physique S, sur lequel agit le crucial processus I [réduction], le cerveau de l'agent [observateur] ou une partie du cerveau.

Cependant, l'existence objective de ψ est incompatible avec la non-localité.

Selon Hugh Everett [44, § 8.4, p. 218], [23, p. 18], après observation, l'univers se scinde en autant de mondes ou états relatifs que de vecteurs dans la base

TABLE 6.1 – Théories physiques comparées sous forme intégrale. C : chemin, E : amplitude de champ, p : probabilité ou intensité, ψ : amplitude de probabilité, L fonction de [Joseph Louis] Lagrange.

	radiative ou géométrique		ondulatoire	
optique	Fermat	$C \in \operatorname{argmin} \int_C dt$	Maxwell	$E = \Re \int dC e^{-i\omega \int_C dt}$ $p = E^2$
mécanique	Maupertuis	$C \in \operatorname{argmin} \int_C dt L$	Feynman	$\psi = \int dC e^{-\frac{i}{\hbar} \int_C dt L}$ $p = \psi ^2$

d'observation. Les états relatifs sont utiles en cosmologie, pour éliminer l'observateur [115]. Par exemple, la Lune peut avoir une position [être en un certain lieu] « avant que quelqu'un ne l'observe » [117, p. 4]. La suite des états d'Everett ressemble à un chemin de Feynman [23, § II.2, p. 120].

Chapitre 7

Progrès philosophique

7.1 Classement et hiérarchie

Principe de complémentarité de Bohr : il n'y a pas une seule théorie mais plusieurs complémentaires mutuellement. Les niveaux de réalité de Heisenberg [59] peuvent être une variante hiérarchisée de complémentarité.

La tentative d'unification des mathématiques sous la logique, amorcée par Gottlob Frege et poursuivie par Russell, échoue définitivement selon le théorème d'incomplétude logique. Les axiomes des différentes branches des mathématiques se regroupent en théories complémentaires [109, p. 773].

Karl Popper [48, fig. 1.1, 1.2, p. 3] classe les philosophies selon le rôle de trois mondes :

1. monde matériel,
2. monde de connaissance subjective,
3. monde de connaissance intersubjective (objective faiblement).

Le monde 3 contient la science et la culture, par exemple, l'arithmétique et la philosophie. Le monde 3 est l'union, pour toutes les communautés, des « mondes réels qui nous entourent », chacun étant l'intersection des mondes 2 de tous les sujets d'une communauté (voir une citation de Schrödinger, p. 10).

Définitions :

- idéalisme : toute chose est pensée, suite de symboles,
- matérialisme : toute chose est un objet,
- monisme : un seul monde,
- dualisme : deux mondes opposés : esprit et matière, volonté et mouvement ou sujet et objet. . .

Selon le matérialisme radical, il n'y a que le monde 1, sans sujet, donc les mondes 2 et 3 sont vides. Si le monde 3 est vide, alors, on ne sait plus où placer le matérialisme radical lui-même (un paradoxe de Popper [48, § 1.5, p. 11]).

Un psychisme est une philosophie qui suppose un monde 2. Une partie du monde 1, notée 1_M (M comme mental), supporte un monde 2, comme les mécanismes neuraux supportent des fonctions psychiques. Ainsi selon le matérialisme

émergentiste ou l'épiphénoménalisme, le monde 1 construit tout monde 2, alors que, selon l'idéalisme (platonicien), le monde 3 construit tout monde 2. Le dualisme interactionniste [48, 58] suppose ce que l'épiphénoménalisme rejette, la rétroaction de l'esprit (monde 2) sur la matière (monde 1).

Selon le *panpsychisme*, il n'y a qu'un monde 2, l'esprit est unique donc les mondes 2 et 3 ne font qu'un. De plus, les mondes 1 et 2 existent sans pouvoir être séparés, comme des faces de coquille d'œuf [48], ou, symétriquement, des faces de pièce de monnaie ou ruban d'[August Ferdinand] Möbius.

7.2 Philosophies sympathiques

La psychophysique de Gustav Fechner (au XIX^e siècle) ou, simplement, la doctrine de Protagoras (au V^e siècle av. J.-C.) [80] : « L'homme est la mesure de toute chose. » Cela s'accorde avec ceci : « Tu découvriras que les sens formèrent les premiers la notion de vérité et qu'ils sont infaillibles. » [75, IV.478], « le contenu de la conscience est une réalité ultime » [106, ch. 13, p. 172], « il existe seulement un concept de réalité qui ne soit pas seulement conventionnel mais absolu : le contenu de ma conscience, y compris mes sensations » [106, ch. 14, p. 189], « La réalité de mes perceptions, sensations et conscience est immédiate et absolue. » [106, ch. 14, p. 199]. Le seul absolu, c'est le subjectif. La physique quantique dépend de l'intersubjectivité, comme n'importe quelle science, mais, réciproquement, de manière auto-cohérente, elle laisse une place à un observateur.

La physique quantique a des affinités avec le *positivisme* (du cercle de Vienne) [44, p. 162] et le *pragmatisme* (de James [93]). Aussi, elle s'accorde avec le solipsisme (je suis seul à observer) [106, ch. 13, pp. 176, 181, ch. 14, p. 186], [44, § 16.2, p. 408] ou le *panpsychisme*.

Le *panpsychisme* est une sorte de relation entre esprit et matière, caractérisée par des couples complémentaires :

1. sujet et objet,
2. probabilité et énergie (4.6, 5.3),
3. observateur et environnement,
4. programme et données,
5. calcul et expérience (2.1, 2.2, 2.3),
6. esprit et matière.

Le monde s'observe lui-même : en tant qu'observateur il est esprit, en tant qu'objet il est matière. L'unicité de l'esprit permet l'intersubjectivité et la non-localité.

La philosophie de Schrödinger se présente « comme une doctrine moniste à tendance idéaliste affirmant une double identité : celle des consciences individuelles entre elles, et celle de la conscience une avec le monde » [23, pp. 13–14], héritée des Upanishads (textes indiens) [23, § I.3, p. 59]. On résout ainsi le paradoxe du sujet [23, § I.4, p. 62] :

Le sujet n'a pas été expulsé en vertu d'une décision arbitraire. C'est sa parfaite identité avec le monde (et non pas uniquement avec le tableau scientifique du monde [...]) qui le rend invisible à lui-même. C'est parce qu'il *est* le monde qu'il n'est pas *dans* le monde.

Le voile du réel de [44] peut être un miroir. Selon Ludwig Wittgenstein, le sujet est invisible comme « l'œil dans le champ visuel » [23, § I.4, p. 70], il diffère de son corps [23, § I.4, pp. 70, 74], [98, ch. VI, p. 420].

Schrödinger s'inspire aussi de Spinoza, dont la doctrine, « *deus sive natura* », c'est-à-dire, Dieu ou Nature, est un monisme neutre ou un panthéisme¹. En supposant que « Dieu est esprit » [23, p. 71], [88, p. 210] et, parallèlement, que Nature est matière, panthéisme et panpsychisme coïncident. En outre, si le monde n'est donné qu'une seule fois (p. 31), comment préparer une expérience ?

En théorie de l'énaction, « co-constitution historique du sujet et de l'objet de la connaissance émergeant de l'interaction sensori-motrice d'un système vivant et de son environnement » [86], [44, § 18.4.4, p. 483, § 19.3.4, p. 500], esprit (sujet) et matière (objet) interagissent mais aucun n'est donné a priori ; comme dans le bouddhisme et l'épistémologie génétique [23, p. 139], il n'y a pas de fondement. En particulier, les symboles sont eux-mêmes analysables (en sémiologie ou typographie...).

L'énaction est comme une instabilité à partir de bruit faible dans une équation de Landau,

$$\frac{dA}{dt}(t) = (1 + i.0.1531)A(t), \quad (7.1)$$

décrivant une spirale (fig. 7.1), avec une atténuation exponentielle dans le passé, résolvant le cercle (vicieux) du dualisme interactionniste. Cependant, sur la fig. 7.1, la source des mondes 1 et 2 est zéro, venant d'un monde 3 pythagoricien : les nombres (ou les symboles) sont l'essence de toute chose, d'où une structure ternaire, comme dans l'occasionalisme de Nicolas Malebranche [23, p. 135] ou la théorie quantique, en considérant qu'un observateur contrôle l'alternance entre réduction et évolution.

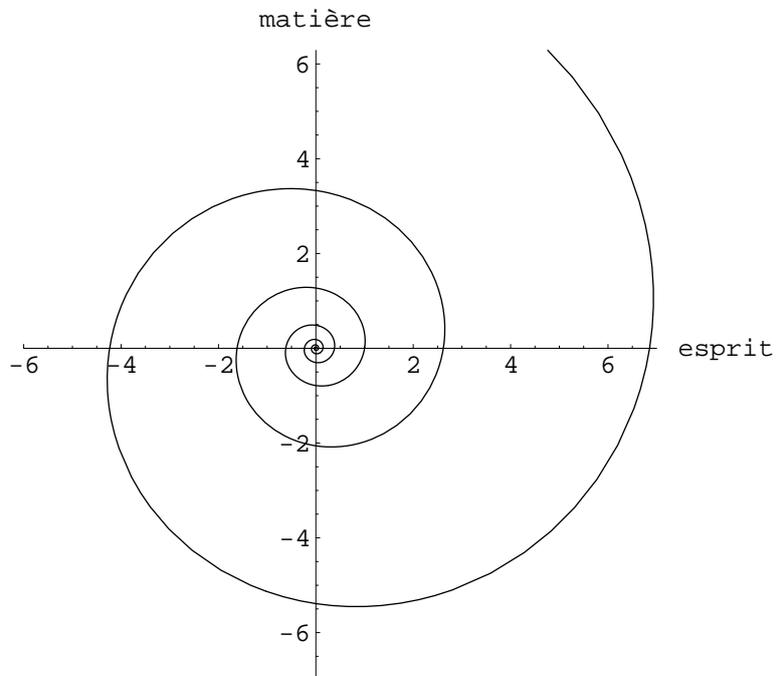
L'empirisme critique prétend éliminer toute métaphysique, c'est-à-dire, tout ce qui n'est pas réel. En mathématiques, cela revient au constructivisme : ne pas utiliser l'axiome du choix.

La causalité n'est pas sympathique, parce qu'il ne laisse pas de place à un sujet. Le matérialisme revient à transposer la relation entre raisonnement et expérience (2.1) à esprit et matière. Le matérialisme est souvent causal mais pas toujours : les matérialistes antiques concèdent une liberté d'accepter son sort [80] donc d'attribuer de l'utilité à une réalité, en accord avec le principe cybernétique.

L'utilitarisme de Jeremy Bentham et d'autres, au début du XIX^e siècle, s'accorde avec le principe cybernétique.

1. Le panthéisme est bien un théisme, supposant un Dieu immanent, qui choisit.

FIGURE 7.1 – Spirale d'énaction.



7.3 Paradoxes résiduels

On revient sur le démon de Maxwell (§ 5.3). La physique quantique confirme l'erreur de la contrafactualité.

Avec assez de détecteurs et assez de mémoire, un démon peut non seulement observer un atome mais aussi un photon incident, réversiblement [19] donc l'entropie décroît, jusqu'à ce que, par restriction de ressources, le démon doive effacer un symbole ancien pour chaque symbole nouveau, et alors l'entropie cesse de décroître.

On revient sur le paradoxe de Gibbs.

On n'a plus de paradoxe avec un atome dont la probabilité de présence dans une certaine boîte est $1/2$: que la porte soit ouverte ou fermée, on ne sait jamais où il est, en accord avec l'absence d'observation à ce sujet, et l'entropie reste constante.

Avec la physique quantique, notamment l'intrication, on rend compte de la violation des inégalités de Bell dans l'expérience d'Aspect (§ 5.6, annexe A.4). La magie était seulement dans une représentation en images, au demeurant inutile.

Pour résoudre radicalement les paradoxes d'identité, il suffit d'*éliminer les objets*, et on peut le faire en théorie quantique.

Théorie plus proche de la pratique. Avec deux instruments indiscernables, on compte des particules indiscernables dans une boîte ; l'ensemble des résultats est

$$\{(2, 0), (1, 1), (0, 2)\}, \quad (7.2)$$

auquel correspond une base d'observation

$$(e_F \times e_F, \frac{e_F \times e_P + e_P \times e_F}{\sqrt{2}}, e_P \times e_P), \quad (7.3)$$

ou, en seconde quantification,

$$(|2, 0\rangle, |1, 1\rangle, |0, 2\rangle). \quad (7.4)$$

Par raison insuffisante,

$$p(\psi = |2, 0\rangle) = p(\psi = |1, 1\rangle) = p(\psi = |0, 2\rangle) = \frac{1}{3}. \quad (7.5)$$

Ainsi l'entropie dépend de l'intrication.

7.4 Liberté

L'intrication est-elle possible dans un modèle d'objet macroscopique ? *Oui*, évidemment, quand les trois résultats (7.2) correspondent à un choix indifférent (sans mécanisme de tirage) [5]. Ainsi les pièces redeviennent indiscernables. Cette *cohérence* retrouvée n'est pas si étonnante, en considérant que c'est une restriction de ressources qui rend utile une décohérence.

Comment accorder le principe cybernétique avec le principe de causalité ? Chacun des deux cède à l'autre : d'une part, le contrôle devient stochastique, d'autre part, la causalité devient statistique. En fait, ils se complètent, trouvant leur utilité l'un dans l'autre. Dans une expérience, le préparat dépend du premier, le résultat du second.

Comment la liberté est-elle possible ? Une expérience se compose de nombreux échantillons mais elle-même est unique et contrôlée par un observateur. Certes, on peut reproduire une expérience un grand nombre de fois et ainsi déterminer statistiquement un observateur mais alors l'expérience devient échantillon dans une méta-expérience, avec un méta-observateur libre, et ainsi de suite indéfiniment.

Même si le monde n'est donné qu'une seule fois, il se reconstruit en lui-même, récursivement, de sorte qu'une expérience est possible. Exemples :

- Par dissipation d'énergie de marée, la Lune choit sur la Terre, en spirale, mais assez lentement pour justifier une approximation périodique.
- Une suite de nombres pseudo-aléatoires, construite en itérant une unique fonction peut être indiscernable d'une multitude de résultats aléatoires.

En général, un paradoxe est une auto-référence contradictoire (empêchant de parler) ou infiniment récursive (obligeant à parler sans cesse [4], ce qui revient plus ou moins au même). On élimine une auto-référence par dédoublement en couple complémentaire. Cependant, il reste encore un problème de choix entre composantes d'un couple. Par exemple, le paradoxe du menteur « je mens », devient, pour un observateur, à propos d'un sujet : « il ment » ou « il ne ment pas », au choix (indifféremment).

L'énaction est une technique dynamique d'élimination d'auto-référence, comme les approximations successives ou la révision bayésienne. La poule vient de l'œuf, l'œuf vient de la poule mais pas de la même poule. On résout le problème de la poule et l'œuf avec l'évolution de l'espèce *Gallus gallus* : un programme génétique ou universel, s'il ne peut se changer lui-même, peut changer un double de lui-même, devant le remplacer. Dans le passé lointain, il y a bien un choix indifférent, mais celui-ci est quasiment sans effet actuel.

Chapitre 8

Physique de la conscience

8.1 Ami de Wigner

Un observateur (Eugene Wigner) utilise un corps (ami de Wigner [106, ch. 13, pp. 176, 179–181], [44, § 10.3, 18.5], [45]) comme instrument. Lorsque le premier demande au second : « Dans quel intervalle vois-tu l’aiguille ? », c’est exactement comme s’il observait un instrument. Le contrôle par un observateur implique l’obéissance d’un sujet. À ces deux rôles, correspondent les principes de réduction et évolution.

« Our aim is to explain why the quantum universe appears classical when it is seen “from within” » [116].

8.2 Obstacle de la complémentarité, perche de la décohérence

On veut appliquer la physique quantique à un sujet. Bohr est peu encourageant [93, § 6.7.3, p. 168] :

The incessant exchange of matter which is inseparably connected with life will even imply the impossibility of regarding an organism as a well defined system of material particles like the system considered in any account of the ordinary and physical chemical properties of matter. In fact, we are lead to conceive the proper biological regularities as representing laws of nature complementary to the account of properties of inanimate bodies. . .

L’échange incessant de matière qui est une condition nécessaire de la vie implique même l’impossibilité de considérer un organisme comme un système bien défini de particules matérielles, au contraire du système considéré dans n’importe quel compte rendu des propriétés ordinaires et physico-chimiques de la matière. En fait, il faut concevoir les régularités propres à la biologie comme représentant des lois de

la nature complémentaires au compte rendu des propriétés des objets inanimés...

De même, Heisenberg [93, § 3.7, p. 75] :

Logically it may be that the difference between the two statements: "The cell is alive" or "The cell is dead" cannot be replaced by a quantum theoretical statement about the state (certainly a mixture of many states) of the system.

Logiquement, il se peut que la différence entre les deux propositions : « La cellule vit » ou « La cellule est morte » ne puisse être remplacée par une proposition de théorie quantique sur l'état (certainement un mélange d'états) du système.

On ne peut qu'aggraver la situation en passant de vie à conscience ou intelligence.

Cela n'empêche pourtant pas Turing de proposer (en 1950) une épreuve d'intelligence, basée sur un jeu d'imitation. Vraisemblablement, les lois d'une telle expérience ne sont pas mécaniques mais quantiques.

La complémentarité est critiquée, notamment par Schrödinger : « c'est là pour ainsi dire un expédient juridique qui ne peut être transformé en raisonnement clair » [89, p. 9 et note 11].

Sans complémentarité, il n'y a de place pour un principe cybernétique que comme théorème quantique. Cette voie est celle de la théorie de la décohérence (postérieure à Bohr et Heisenberg) [79] : la logique du sens commun serait un cas limite de logique quantique [79, p. 44], cette dernière étant en général non aristotélicienne [79, p. 40] et modale (comme la logique des probabilités en général) [44, § 9.4].

En particulier, on résout ainsi le problème de l'ami de Wigner.

L'argument de Bohr peut même être détourné : c'est en tenant compte d'un effet d'environnement qu'on peut dire quelque chose sur la conscience.

8.3 Cinétique d'observation

Voici quelques comptes rendus sommaires d'expériences, sur la relation entre conscience et mouvement :

1. [72], [48, § 8.8, p. 138] :

Libet asked people to move their wrist at a time of their choosing. The participants were asked to look at a moving dot that indicated the time, and note the precise time when they decided to flex their wrist. The participants reported having the intention about 200 milliseconds before they actually began to move. Libet also measured the "readiness potential" in the brain, which is revealed by activity recorded from the supplementary motor area of the brain (which is involved in controlling movements).

This readiness potential occurred some 550 milliseconds before the action began. The brain events that produced the movement thus occurred about 350 milliseconds before the participant was aware of having made a decision. Libet shows that this disparity is not simply due to extra time required to note and report the time.

Libet demanda aux gens de bouger le poignet à un instant de leur choix. On demanda aux participants de regarder un point mobile indiquant l'heure et de noter précisément l'heure de leur décision de fléchir le poignet. Les participants reportèrent avoir eu l'intention environ 200 millisecondes avant le début du mouvement effectif. Libet mesura aussi le « potentiel [activité] préparatoire » dans le cerveau, révéla en enregistrant l'activité de l'aire motrice supplémentaire du cerveau (utile au contrôle du mouvement). Ce potentiel [activité] préparatoire arriva environ 550 millisecondes avant le début de l'action. Les événements cérébraux qui produisirent le mouvement eurent lieu environ 350 millisecondes avant que le participant fût conscient d'avoir pris une décision. Libet montre que cette disparité n'est pas simplement due au délai requis pour noter et rapporter l'heure.

2. « Dans une autre expérience, B. Libet appliqua une faible décharge électrique sur le cortex de patients trépanés, anesthésiés localement, mais conscients. Le tremblement de la main déclenché par ce stimulus se produisait une demi-seconde après l'application du stimulus » [35].
3. En réaction à un mouvement extérieur (non contrôlé par le sujet), « le cerveau perçoit la cible près de 120 ms avant que l'on n'ait conscience de l'objet » [35].
4. Le délai de lecture d'un caractère est environ 20 ms. Quand je cherche un caractère dans une liste, je suis conscient de l'avoir trouvé après avoir lu au moins cinq caractères en plus (soit un délai d'environ 100 ms).

Ces expériences laissent-elles supposer une relation de cause à effet, entre conscience et mouvement extérieur (à un sujet) ou volontaire (d'un sujet) ?

Un mouvement extérieur précède et peut causer la conscience de ce mouvement. Cependant, si un sujet prédit un mouvement extérieur, alors sa conscience, une prescience en fait, le précède. Même si un sujet obéit à un observateur en acceptant d'être prédit par lui sans chercher lui-même à le prédire, un sujet peut encore prédire « à l'insu de son plein gré », comme dirait Richard Virenque. Par exemple, une suite assez longue de levers de soleil peut causer la conscience avancée que le Soleil va se lever demain, autrement dit, une loi ; un sujet, ayant accepté de participer à une expérience, l'imagine déjà et s'attend à un mouvement extérieur. Pour éviter cela, il faudrait restaurer le sujet après chaque résultat mais cela est difficile, parce qu'on ne revoit jamais le même homme.

Un mouvement volontaire suit et peut être causé par la conscience (expérience 1), selon le dualisme interactionniste [48, § 9.5, pp. 162–163] (à condition d'être sensiblement plus rapide que la stimulation intracrânienne, expérience 2). Cependant, la conscience elle-même suit et peut être causée par une activité préparatoire (un électroencéphalogramme), en accord avec l'épiphénoménalisme. Cependant encore, une activité préparatoire peut encore être causée par la conscience de participer à une expérience !

Qu'un mouvement soit extérieur ou volontaire, la conscience peut le suivre ou le précéder, c'est le problème de la poule et l'œuf, soluble par énaction (sur la fig. 7.1, remplacer esprit par conscience et matière par mouvement). Selon [93, § 6.7.2, pp. 167–168], conscience et mouvement sont des effets conjoints d'un événement de Heisenberg (p. 65) ; cette explication serait compatible avec l'énaction, si un événement de Heisenberg n'était pas déjà placé du côté de la matière.

La différence entre mouvements extérieurs ou volontaires est vraisemblablement inadéquate. D'une part, un mouvement extérieur à un sujet est souvent un mouvement volontaire d'un observateur, alors que sujet et observateur sont liés par intersubjectivité. D'autre part, une activité préparatoire est bien un mouvement mais qui n'est pas clairement extérieur ni volontaire. On préfère discerner les mouvements dont un sujet est conscient ou inconscient, le passage éventuel d'une classe à l'autre se faisant par routine ou perturbation [88, ch. 1, p. 157] :

...ce qui pénètre dans la sphère consciente, ce sont seulement [...] les modifications ou « écarts » distinguant [discernant] la nouvelle occurrence des précédentes...

La conscience peut être en retard sur un mouvement (expériences 3 et 4) ou absente mais un mouvement est toujours enveloppé par une conscience.

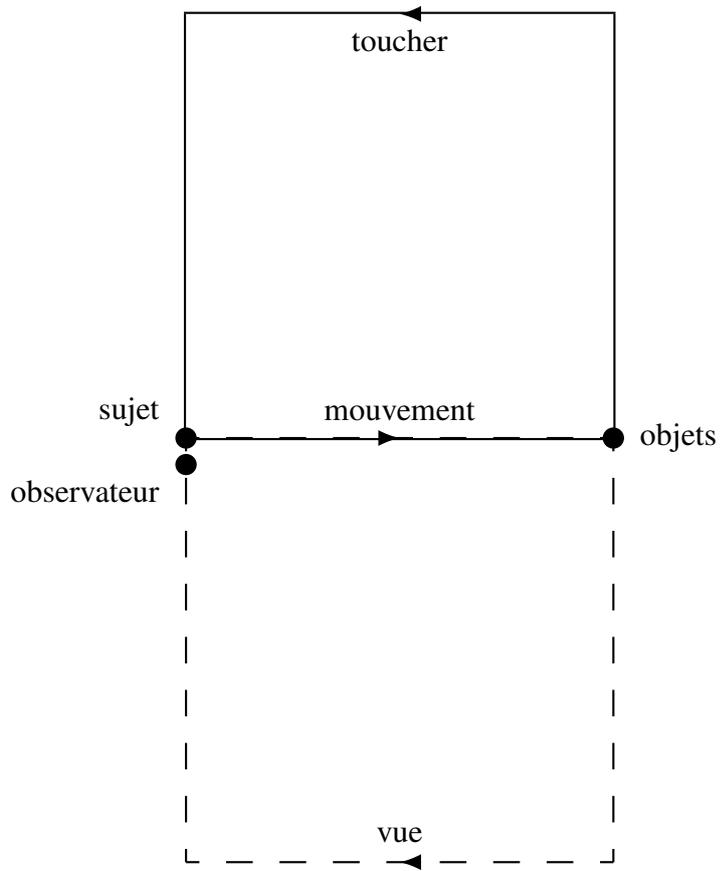
Avec l'intersubjectivité, on relie observateur et sujet, comme s'ils étaient un même individu, se représentant sa propre expérience. Une expérience cybernétique « en boucle fermée » (fig. 8.1), d'un individu sur lui-même, est déjà discutée par Wittgenstein [23, p. 136]. Une trace cérébrale rappelle une expérience passée, qui se mêle à une expérience actuelle : un observateur au passé devient sujet.

En prenant pour trace cérébrale l'écriture¹, on reconstruit une expérience d'auteur qui (re)lit son texte, comme s'il avait été écrit par un autre. En prenant pour trace cérébrale le mouvement corporel, on construit une expérience d'équilibre instable (p. 22) : un sujet contrôle son corps pour rester debout sur un pied, en comparant son champ de pression plantaire à un repère visuel (fig. 8.1). Si le sujet est aveuglé, alors il ne reste plus que la rétroaction proprioceptive (en trait continu sur la figure), donc, normalement, il pose l'autre pied (pour ne pas choir comme un crayon).

Dans une expérience de contre-réaction, on réinjecte une trace cérébrale antagoniste, relativement à une certaine loi. Pour un résultat binaire (\pm), un sujet doit

1. Ici, comme dans l'étude des systèmes dynamiques, l'important est d'avoir une trace, et l'écriture en est bien une.

FIGURE 8.1 – Boucles de contrôle d'équilibre corporel.



nier la loi (changer le signe en \mp), autrement dit, appliquer un veto [71] à son double réinjecté. Exemples :

1. Un sujet, habitué à conduire un vélo, doit piloter une embarcation à barre franche. Pour tourner d'un côté ou l'autre, il doit pousser la barre en direction opposée à celle du guidon.
2. Un sujet, habitué à se raser devant un miroir, doit se raser devant une image non renversée de lui-même (construite avec une caméra vidéo plutôt qu'un miroir).
3. Problèmes de changement de référence : heure (été, hiver), unité monétaire (franc, euro), côté de la route pour conduire (à droite en France, à gauche en Angleterre), coordonnées [24].

8.4 Rétroaction de l'esprit sur la matière

On discute une thèse de John Eccles [48, § 9.5, p. 160] :

[...] the mental intention (the volition) becomes neurally effective by *momentarily increasing the probability of exocytosis* in selected cortical areas such as the supplementary motor area neurons [...]

[...] l'intention mentale (la volition) affecte le système nerveux en *accroissant momentanément la probabilité d'exocytose* dans certaines aires corticales, comme les neurones de l'aire motrice supplémentaire [...]

Comme tout mouvement corporel volontaire est sensé être contrôlé avec le système nerveux, la volonté doit être relayée par un « cerveau de liaison ».

Eccles s'engouffre dans une faille de la neurologie : quels que soient les progrès de cette science, tant que celle-ci restera mécanique, elle s'appuiera nécessairement sur un mécanisme ultime — dans les années 1980, l'exocytose — inexplicable par un mécanisme plus petit donc éventuellement sensible à la volonté [48, § 9.5, p. 160] :

In the language of quantum mechanics this means a *selection of events* (the events that the trigger mechanism has functioned, which is already prepared with a certain probability [...]). This act of selection is related to Wigner's selection process of the mind on quantal states [106], and its mechanism clearly lies beyond ordinary quantum mechanics.

En langage quantique, cela signifie une « sélection [choix] d'événement » (activation de levier de contrôle, déjà préparée avec une certaine probabilité [...]). Cet acte de sélection se rapporte au processus de Wigner [106], par lequel l'esprit choisit un état quantique $[\psi]$, et dont le mécanisme dépasse clairement la mécanique [physique] quantique ordinaire.

Précisément, selon [48, § 9.4, p. 154], une exocytose serait causée par une particule, franchissant une barrière de potentiel V par effet tunnel, avec une probabilité [48, eq. 9.9, p. 157]

$$p \approx \exp\left(-2 \int \frac{dx}{\hbar} \sqrt{2m(V(x) - E)}\right). \quad (8.1)$$

Avec (8.1, 5.2), on justifie la loi d'Arrhenius (4.3), avec une barrière de potentiel V de hauteur $E' = \max V(x) - E$. L'effet tunnel correspond objectivement au mécanisme magique du *passer-muraille* [10]. Il dépasse la mécanique mais est un effet quantique ordinaire.

Un effet de volonté sur une probabilité de résultat a déjà été discuté en général [89, p. 79] :

L'indétermination dont parle la physique ne pourrait-elle en effet permettre au *libre arbitre* [volonté, contrôle, choix] de s'introduire dans la fissure ainsi ouverte en venant déterminer les événements que les Lois de la Nature laissent indéterminés ? [...] Le physicien allemand Pascual Jordan a tenté de mettre sur pied une solution sous cette forme peu nuancée[...]

Cependant [89, p. 80] :

Si un agent extérieur vient troubler ces statistiques, il viole les lois de la mécanique [physique] quantique [...]

Cette dernière objection ne vaut que si on refuse, comme son auteur, le principe de réduction.

On va voir comment le principe de réduction permet un effet de volonté sur la probabilité d'exocytose. On applique trivialement la physique quantique. Dans une dendrite adjacente à un axone excité, on observe si un signal électrique passe un certain seuil en un certain délai [48, fig. 8.6]; si oui, alors le résultat est P (comme passant), sinon F (comme fermé). In vivo, l'excitation vient de l'activité cérébrale. À F, P correspondent des sous-espaces vectoriels H_F et H_P en somme directe orthogonale, autrement dit, on décompose

$$\psi = (\psi_F, \psi_P) = (\psi_F, 0) + (0, \psi_P) = q_F(\psi) + q_P(\psi) \in H_F \oplus H_P,$$

où \oplus est l'opération de somme directe et q_F, q_P les projections orthogonales sur H_F, H_P . La probabilité d'exocytose est

$$\langle q_P(\psi) | q_P(\psi) \rangle = |\psi_P|^2. \quad (8.2)$$

Après une observation quelconque, caractérisée par une base d'observation (ϕ_1, ϕ_2) , ψ se réduit à ϕ_1 ou ϕ_2 , non nécessairement aligné avec e_F ou e_P (6.2), et la probabilité d'exocytose devient

$$\langle q_P(\phi_1) | q_P(\phi_1) \rangle. \quad (8.3)$$

À l'observation qu'un neurone est mort correspond e_F (donc la probabilité d'exocytose est nulle). Selon Eccles, un certain vecteur ϕ_1 correspond à un choix (volontaire).

Ainsi l'orthodoxie de John von Neumann en physique s'accorde avec l'hérésie de John Eccles en neurologie. Dans une autre théorie quantique, on confirmerait (8.2, 8.3) avec un mécanisme caché.

Cependant, l'expérience d'Eccles [48, fig. 9.5] n'a pas été construite, elle est sans valeur (mais non sans utilité). Chez l'animal, on aurait quelques difficultés pour observer le choix, surtout s'il est entravé. Chez l'homme, Jean-Philippe Lachaux [64] permet à un sujet de comparer sa propre réalité à des signaux d'électrodes implantées dans son cerveau, observés sur un écran de télévision (« brain TV »). On sait maintenant construire des interfaces entre cerveau et machine, permettant d'exprimer la volonté avec l'activité cérébrale [56]. Dans ces expériences, un capteur est sensible à environ cent millions de neurones (dans un centimètre cube de cerveau) au lieu d'un seul neurone dans l'expérience d'Eccles. En biochimie, on utilise sans discussion un modèle d'exocytose basé sur la mécanique des milieux continus et la thermodynamique [6], excluant tout effet de volonté non relayé par une force.

Il faut tenir compte de la décohérence [18, § 3, p. 349] :

Large scale quantum coherence in a complicated many body structure (like, e. g. the so-called *Froehlich coherence*) leads to many statistical phase relations so that the system behaves “quasi-classically”.

La cohérence quantique à grande échelle dans une structure compliquée à plusieurs corps (comme, par exemple, la dite *cohérence de [Herbert] Fröhlich*) conduit à plusieurs relations de phase statistiques, de sorte que le système se comporte de manière « quasi-classique ».

Pour une petite vésicule sphérique de diamètre 40 nm [55, p. 69], [48, § 5.2, p. 73], [6], remplie de neuromédiateur de masse volumique 1000 kg.m^{-3} , franchissant une synapse de largeur $l = 20 \text{ nm}$ [48, § 4.5, p. 62], $m = 3 \times 10^{-20} \text{ kg}$ (en accord avec [48, § 5.2, p. 73]) puis, avec (6.42, 6.43), $T^* = 10^{-9} \text{ K} \ll T = 300 \text{ K}$ donc il doit y avoir décohérence.

Dans [48, § 5.2, p. 73], la vitesse prise en compte est une vitesse de dérive, très inférieure à la vitesse thermique, d'où une surestimation de longueur d'onde de de Broglie thermique (6.44) et probabilité de transmission par effet tunnel. Bien que la structure paracristalline des vésicules [48, § 5.2, p. 73] puisse confirmer la cohérence, à moins de passer à côté d'un phénomène extraordinaire, il semble qu'à échelle des vésicules, aucune cohérence ne soit effective.

Même si la physique quantique est inutile pour expliquer l'exocytose, elle est nécessaire pour rendre compte de la stabilité de la matière, et, plus spécifiquement, pour expliquer les réactions biochimiques [48, 18], mais cela semble sans relation avec la conscience.

Surtout, la volonté ne s'adresse pas ordinairement au cerveau comme mécanisme. Un sujet qui veut être plus intelligent ou attentif s'adresse, par auto-

référence, à ses fonctions psychiques, mais n'observe pas ses synapses. La même confusion des genres apparaît à propos du cerveau de liaison : est-il du côté esprit ou matière ? Cette question sans réponse exprime « la quête infructueuse du lieu où l'esprit agit sur la matière et vice-versa » [23, p. 75].

D'où peut-être les réticences de Henri Margenau et Eugene Wigner [48, § 9.1, p. 145] puis Henri Stapp [93, § 1.13, p. 36] vis-à-vis de la thèse d'Eccles, dont on retient seulement, loin d'une solution miracle,

- une confirmation du principe cybernétique (effet de volonté) et
- une relation entre ce principe et la physique quantique.

Il reste encore une objection générale contre l'usage psychique de la physique quantique [48, § 9.1, p. 145] :

It could all be done with thermal physics, not quantum physics!

On peut tout faire avec la physique statistique, non quantique !

Oui mais cela s'applique à toute la physique ! Il semble qu'on puisse réduire la théorie quantique à la théorie des probabilités [77, 54]. En théorie des intégrales de chemin, un chemin, contribuant à ψ pour un terme, peut être brownien.

Avec la décohérence, la théorie stochastique est utile comme complément à la théorie quantique. De plus, l'esprit est utile aussi bien en physique statistique et en physique quantique, pour informer ou observer. Choisir l'une ou l'autre exclusivement ne s'impose pas. C'est seulement cette complémentarité qui permet de relier la conscience à la totalité de la matière, non localement.

En théorie quantique, plus l, m sont grands, plus le spectre d'énergie est resserré (6.42), plus l'objet est sensible à l'environnement [117, p. 5]. En théorie stochastique, plus un objet est massif, plus son mouvement est régulier, moins il est sensible à l'environnement.

L'échelle critique d'effet d'environnement est, en théorie quantique, la longueur d'onde de de Broglie thermique (6.44), en théorie stochastique, une taille d'objet assez massif pour absorber son environnement, peut-être le « rayon de stasticité » de [78, fig. 3, p. 78] ; à échelle encore plus grande, on propose des lois « quasi-quantiques » ((6.10) sans loi de Born) [78, fig. 3, p. 78].

8.5 Deux théories complémentaires

8.5.1 Quantique

La coupure von Neumann est au plus près d'un observateur, pur esprit seul face à un environnement (solipsisme), séparé du temps-espace. Selon [106, ch. 13, pp. 175–176],

it is the entering of an impression into our consciousness which alters the wave function because it modifies our appraisal of the probabilities for different impressions we expect to receive in the future

c'est l'entrée d'une impression dans notre conscience qui altère la fonction d'onde $[\psi]$ en modifiant notre jugement [choix] des probabilités des différentes impressions que nous nous attendons à recevoir dans le futur.

La décohérence implique choix (7.3, 7.5), la cohérence peut supporter la mémoire, par effet Zénon quantique (p. 48). Pour d'autres usages psychiques de la physique quantique, voir [93, annexe A], [15, 11].

8.5.2 Stochastique

À l'inverse de de la neurologie (p. 14), on suppose ψ et μ reste à atteindre ; précisément, on suppose les fonctions psychiques d'espérance mean et choix max (correspondant respectivement à « attend » et « reappraise » dans [93, p. 257]). Ainsi, même si on n'explique pas telle ou telle expérience exotique, on n'aura pas à courir indéfiniment après les fonctions psychiques, qui sont déjà là donc on résout a priori les paradoxes 1, 2 de la neurologie (p. 5).

Définition : une *politique* est une fonction calculable avec laquelle on détermine, pour une certaine utilité, un ensemble de stratégies, choix dans un jeu ou problème de contrôle. Une politique est un programme de choix.

Théorème de von Neumann & Oskar Morgenstern [47] : dans un problème de contrôle stochastique, l'utilité d'un choix est l'espérance (moyenne pondérée par des probabilités) d'utilité, sur un ensemble d'échantillons produits par l'environnement.

Avec ce théorème, on construit et on propose comme programme universel une politique mean max [5],

1. optimale ;
2. auto-cohérente, comme si elle pouvait choisir pour elle-même, indépendamment d'un observateur (sauf cas d'utilité égale) ;
3. non causale, parce qu'elle ne détermine pas une stratégie (en cas d'utilité égale) mais un ensemble de stratégies d'utilité égale, laissant un problème de choix (section 5.8).

mean max est un modèle de jeu (sujet et observateur s'échangent), comme min max de von Neumann, sauf que l'autre joueur est remplacé par un environnement neutre, ce qui correspond à une hypothèse de champ moyen en physique statistique.

On déplace la coupure de von Neumann pour contrôler un corps ou autre instrument (selon le principe cybernétique).

Un observateur construit sa réalité en résolvant un problème de contrôle stochastique, avec mean max — ou, par restriction de ressources, une autre politique (non optimale) de moindre profondeur logique mais de plus grande complexité algorithmique [5].

En général, utilité négative $-U$ et action mécanique A diffèrent mais on peut les combiner linéairement en utilité « libre » (comme on dit en thermodynamique)

$$U' = U - \alpha A, \quad \alpha \geq 0, \quad (8.4)$$

où α est un « multiplicateur de Lagrange » (taux de change d'action mécanique en utilité), une idée à la base des jeux différentiels [62]. Plus le mouvement est utile, plus α est grand ($\alpha = 0$ pour un pur esprit, α grand pour une pure matière).

Dans mean max, par comparaison avec un modèle d'organisation qui a fait ses preuves, l'équation de Ginzburg & Landau (p. 65), on retrouve

- une composante linéaire diffusive (mean) et
- une composante non linéaire sélective (max).

mean max est plus simple, avec un temps-espace dénombrable.

Les structure de mean max, utiles en cas de restriction de ressources, sont des buts ou stratagèmes, sortes d'attracteurs stratégiques,² dépendant de paramètres *psychiques* : sérendipité, horizon et dynamisme [5]. De même, dans l'équation de Ginzburg & Landau, une restriction de domaine de définition implique une structure en chevron [2].

La physique est aussi dans l'univers auquel elle s'applique, elle doit changer de manière auto-cohérente (en se contrôlant elle-même).

Une physique causale, que ce soit la mécanique ou une *Nouvelle sorte de science* [109], ne s'accorde pas avec le principe cybernétique donc n'est auto-cohérente que comme point fixe ou vérité indiscutable.

Une instabilité apparaît seulement quand un observateur devient sujet : il utilise sa liberté pour induire des lois qui réduisent sa liberté, sans pouvoir l'éliminer, puisque c'est le même individu dans les deux cas. Non seulement l'homme ne pourrait plus exister mais aussi la science deviendrait inutile. Si la science devient une technoscience [104] qui traite les hommes comme les machines, alors elle s'effondre sur elle-même. Selon [88, ch. 2, p. 181],

Je crois que la mécanisation et la « bêtification » croissantes de la plupart des processus de fabrication ont pour conséquence [effet] la menace sérieuse d'une dégénérescence générale de l'organe de notre intelligence.

Comme la physique est auto-cohérente, on lui applique mean max, au moins en principe. Cela signifie que les théories successives, de source mathématique, s'imposent historiquement par leur utilité. Par exemple, vers la fin du XIX^e siècle, l'espace newtonien est supplanté (car surpassé en utilité) par diverses structures algébriques apparues sporadiquement.

Avec mean max, on explique un processus d'évolution [78] ou invention [104, ch. 3] :

De même, pour l'invention, aussi occasionnelle et sporadique soit-elle, on peut considérer des circonstances favorables, comme pour la foudre.

2. De même, les structures du jeu d'échecs sont les ouvertures, fourchettes, clouages, finales. . .

mean correspond à un mélange, max correspond à un choix.

8.5.3 Complémentarité quantique-stochastique

Pour fixer les idées, on nomme les théories quantique et stochastique comme deux de leurs contributeurs respectifs : Wigner [106] et Wiener [104, pp. 17–18] (fig. 8.2). Les deux théories (fig. 8.2) font échec à la méthode de décomposition cartésienne.

Jusqu'à un certain point, on peut utiliser la théorie des probabilités sans choisir entre quantique et stochastique [54]. Par exemple, dans une expérience de calcul avec un sujet, la probabilité de résultat dépend d'un préparat ; si le préparat contient la réponse, alors le sujet n'a plus qu'à se la rappeler et la probabilité de résultat correct est proche d'un.

Une variation de probabilité peut être un effet de réduction quantique ou une révision bayésienne.

Même après avoir choisi entre quantique et stochastique, il y a toujours une équivalence partielle, en mécanique stochastique, voir une citation de Wiener, p. 35 et [105]. Précisément, le contrôle stochastique optimal, avec un temps idéal et une utilité opposée à l'action mécanique (autrement dit, α est grand dans (8.4)), implique (6.10) [81].

La décohérence pose un problème de choix, résolu superficiellement par raison insuffisante. Avec mean max, toute probabilité de choix non optimal est nulle, alors que, évidemment, tout n'est pas « au mieux dans le meilleur des mondes » ! En fait, c'est encore le principe de moindre action qui s'applique. Pour plus de réalisme, il manque un effet d'environnement, dont la seule explication possible, sans hypothèse complémentaire, est une restriction de ressources.

Le principe cybernétique permet, en théorie quantique, l'expérience, en théorie stochastique, le contrôle, d'où une structure ternaire, illustrée par la fig. 8.2.

8.5.4 Réalités multiples et cachées

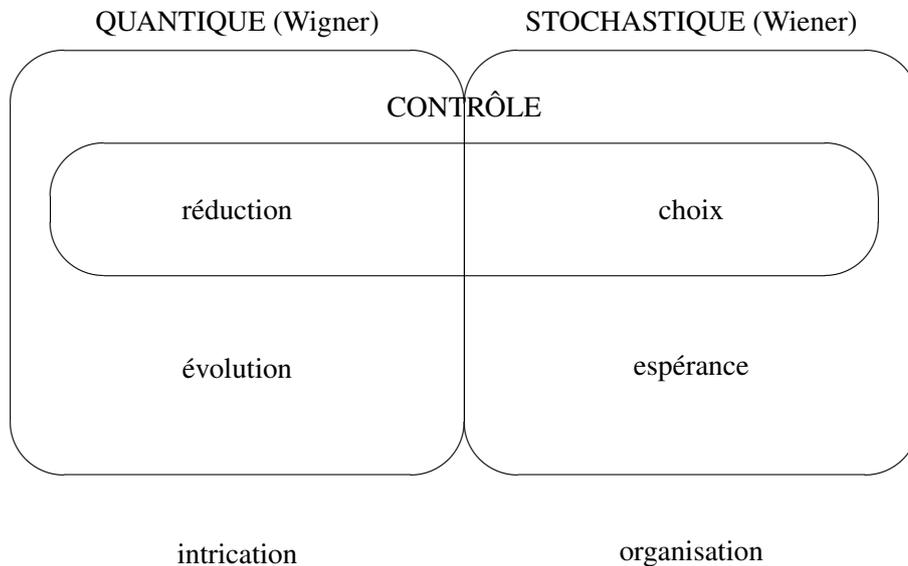
Il s'agit de supporter une intersubjectivité, dépassant le solipsisme. Selon [88, ch. 4],

... nous nous heurtons ici au paradoxe arithmétique ; il semble y avoir une grande multitude de ces ego conscients, et cependant le monde est seulement un.

Un sujet peut être non seulement un instrument mais aussi un observateur concurrent. Alors que la théorie quantique s'accorde avec le solipsisme, la grande multitude des ego conscients rappelle un jeu stochastique :

problème \ théorie	quantique	stochastique
unité du monde	facile	dur
multiplicité des egos	dur	facile

FIGURE 8.2 – Deux théories complémentaires de Wigner et Wiener.



Selon le solipsisme convivial [117, 44], des observateurs A et B peuvent bien être en désaccord, qui disparaît si l'un informe l'autre. Après un résultat binaire, A et B se dédoublent en A' et B', dans un nouvel état. Même si A peut être objectivement en désaccord avec B', cela n'est pas réel.

Une citation de Schrödinger p. 76 ou le rôle de filtre joué par la conscience [117, p. 7] laisse supposer qu'un observateur peut choisir sa réalité selon son utilité, dans une réalité plus large, construite par un environnement éventuellement tapissé d'observateurs concurrents. Ainsi on a un problème d'organisation de réalités multiples. On peut considérer l'ensemble des résultats superposés comme un unique processus stochastique, dont la période approche le délai d'observation d'un symbole divisé par le nombre d'observateurs, peut-être identique à un délai de relaxation.

Chapitre 9

Conclusion

En première partie de cette étude (chapitres 3 à 6), on a montré qu'on ne pouvait pas expliquer toutes les expériences avec la mécanique. Pour progresser, on a proposé des principes psychiques.

Sans ces principes, on ne peut probablement rien dire sur l'esprit, quel que soit la technique. Avec l'imagerie cérébrale, on observe des effets dissipatifs d'une observation (écoulement visqueux ou dégradation de glucose) mais non l'observation elle-même, qui est comme l'œil invisible dans le champ visuel. Cette impossibilité confirme l'échec d'une preuve par l'image en géométrie et mécanique.

Pourtant, l'observation apparaît en théorie quantique comme une opération algébrique (8.2, 8.3) observable et même évidente, « comme le nez au milieu de la figure ». On dirait qu'un peu plus de théorie serait utile.

La seconde partie de cette étude ébauche une physique de la conscience, à partir de divers points de scientifiques ou philosophiques. L'auto-référence de cette entreprise s'accorde avec deux hypothèses extrêmes :

- une anthropique : si je n'étais pas là, alors je n'aurais pas le loisir de me demander pourquoi je suis là. L'auto-référence est la seule explication.
- une mécanique : la conscience n'existe pas, il y a seulement le cerveau. L'auto-référence est éliminée.

En guise de compromis, on propose une psychophysique utilitariste de la conscience, dont les principes sont l'espérance et le choix. Si je fais ce qui me plaît, alors, contrairement aux apparences, je n'agis pas librement mais je résous (approximativement) un problème de contrôle stochastique.

En cas d'utilité égale, on ne peut choisir. D'où une complémentarité quantique-stochastique, entre observation émergeant de l'inconscience et choix rationnel éclairé par la conscience. Ainsi s'organisent les relations entre conscience et inconscience, nécessaires à l'intelligence, peut-être autant que l'alternance veille-sommeil. En raisonnant, on utilise une utilité externe. S'il y a plusieurs observateurs, alors ce qui est conscient pour l'un peut être inconscient pour l'autre et cela dépend de l'information.

Finalement, tous les problèmes reviennent à un problème de choix, point né-

vralgique des travaux de von Neumann, en logique, physique quantique, théorie des jeux et calcul. Les probabilités aident à choisir mais elles sont elles-mêmes inconnues. L'interprétation de la théorie des probabilités reste un sujet (ou un objet) de questionnement en philosophie ou en physique [9, 96, 54, 29].

La physique de la conscience est globalement la physique quantique sans mécanique. Il faudrait éliminer a priori les nombres idéaux donc passer plutôt par un temps-espace dénombrable (fonctionnant comme le temps-espace a priori de Kant). En particulier, le temps réel n'est pas le temps idéal de la mécanique ou (6.10) mais le temps entier d'un processus stochastique [93, p. 286]. Cette approche est celle des nombreux partisans d'une physique constructive [40], [109, ch. 9], [98, p. 4], et, vraisemblablement, Pythagore. Ainsi la seconde quantification (7.4) deviendrait première et le temps-espace deviendrait second (dédit).

Ont été utiles à cette étude, en plus des documents cités : de nombres discussions notamment avec Rémi Barrère, Bernard François, Bruno Gepner, Pierre Basso, Claude Davodeau, François Storrer, les abonnés à PIM¹ ; les encyclopédies *Universalis* et *Wikipédia* ; les séminaires organisés ou diffusés par *Cognisud*, *CEPERC*, *Échange et diffusion des savoirs*, *Diffusion des savoirs de l'École Normale Supérieure* ; les logiciels \LaTeX , Emacs et Mathematica.

1. PIM=philosophie+informatique+mathématique.

Bibliographie

- [1] JTC 1/SC 2/WG 3 : 7-bit and 8-bit codes and their extension. Rapport technique 8859-1 :1997 (E), ISO/IEC, 12 février 1998.
- [2] Pierre ALBARÈDE : *AUTO-ORGANISATION DANS LE SILLAGE 3D D'UN OBSTACLE NON-PROFILÉ*. Thèse de doctorat, Univ. de Provence, 1991. <http://pierre.albarede.free.fr>.
- [3] Pierre ALBARÈDE : Weighing operator perturbation from quasi-critical source system response. <http://arxiv.org/abs/math-ph/0007026>, 2000.
- [4] Pierre ALBARÈDE : Matthieu Matica apprend la logique. *Rencontres*, 2:55–64, 2003. <http://library.wolfram.com/infocenter/MathSource/5346/>.
- [5] Pierre ALBARÈDE : Serendipity in 421, a stochastic game of life. <http://pierre.albarede.free.fr>, 2005.
- [6] Christian AMATORE, Yann BOURETA, Eric R. TRAVIS et R. Mark WIGHTMAN : Interplay between membrane dynamics, diffusion and swelling pressure governs individual vesicular exocytotic events during release of adrenaline by chromaffin cells. *Biochimie*, 82:481–496, 2000.
- [7] Alain ASPECT : Bell's theorem : The naive view of an experimentalist. <http://arxiv.org/pdf/quant-ph/0402001>, 2002.
- [8] Alain ASPECT : La « magie » de l'intrication. *Le Monde*, 8 juin 2005.
- [9] Henri ATLAN : Le probable et l'intemporel. Conf. Échange et diffusion des savoirs, 24 février 2005. Marseille.
- [10] Marcel AYMÉ : Le passe-muraille. In *Œuvres romanesques*, volume IV. Flammarion, 1977.
- [11] Belal E. BAAQUIE et François MARTIN : Théorie quantique du champ psychique. <http://www.cunimb.com/francois>, 2003–2004.
- [12] Gaston BACHELARD : *Le nouvel esprit scientifique*. Presses Univ. de France, 1934–1978.
- [13] Jean Paul BAQUIAST : Interview Miora Mugar-Schächter. *Automates Intelligents*, 55, juin 2004. <http://www.admiroutes.asso.fr/larevue/2004/55/mugurschachter.htm>.

- [14] Rémi BARRÈRE : *MATHEMATICA Calcul formel et programmation symbolique pour l'informatique scientifique*. Vuibert, 2002.
- [15] L. BASS : A quantum mechanical mind-body interaction. *Foundations of Physics*, 5(1):159–172, mars 1975.
- [16] Pierre BASSO : Propositions pour une théorie formelle de la subjectivité. *Automates intelligents*, 56, 2004. <http://www.admiroutes.asso.fr/larevue/2004/56/basso.htm>.
- [17] Charles BAUDELAIRE : *Les fleurs du mal*. Ellipses, 1857–2005.
- [18] Friedrich BECK : Can quantum processes control synaptic emission ? *International Journal of Neural Systems*, 7(4):343–352, 1996.
- [19] Charles H. BENNETT : Notes on the history of reversible computation. In LEFF et REX [66], pages 281–288.
- [20] Charles H. BENNETT : Logical depth and physical complexity. In *The Universal Turing Machine – a Half-Century Survey*, pages 227–257. Oxford Univ. Press, 1988.
- [21] Pierre BERGÉ, Yves POMEAU et Christian VIDAL : *L'ordre dans le chaos*. Hermann, 1984.
- [22] Michel BITBOL : Jean-Louis Destouches. <http://perso.wanadoo.fr/michel.bitbol/destouches.html>.
- [23] Michel BITBOL : *L'ÉLISION*. Seuil, 1990. Avec *L'ESPRIT ET LA MATIÈRE* d'Erwin SCHRÖDINGER.
- [24] LÉON BRILLOUIN : *Les Tenseurs en Mécanique et en Élasticité*. Masson, Paris, 1938.
- [25] LÉON BRILLOUIN : *SCIENCE AND INFORMATION THEORY*. Academic Press, 1962.
- [26] LÉON BRILLOUIN : *Scientific Uncertainty, and Information*. Academic Press, 1964.
- [27] LÉON BRILLOUIN : *La science et la théorie de l'information*. Jacques Gabay, 1998.
- [28] M[ichel] BRUNE *et al.* : Observing the progressive decoherence of the “meter” in a quantum measurement. *Physical Review Letters*, 77(24):4887–4890, décembre 1996.
- [29] Thomas BRUSS : Le pouvoir inconnu d'un modèle. *Pour la science*, 358:86–89, août 2007.
- [30] Gregory J. CHAITIN : *The LIMITS of MATHEMATICS*. Springer, 1998.
- [31] Gregory J. CHAITIN : Les limites de la raison. *Pour la science*, 342:70–76, avril 2005.
- [32] David CHALMERS : Facing up to the problem of consciousness. *Journal of Consciousness Studies* 2(3) :200-19, 2(3):200–219, 1995.

- [33] Alexandre J. CHORIN et Ole H. HALD : *Stochastic Tools in Mathematics and Science*. Springer, 2006.
- [34] Jack COPELAND : The Church-Turing thesis. *NeuroQuantology*, 2:101–115, 2004.
- [35] Antonio DAMASIO : La conscience du temps. *Pour la science*, 302:110–113, décembre 2002.
- [36] Julien Jean Offray de LA METTRIE : *L'Homme Machine*. <http://www.pianotype.net>, 1748–2002.
- [37] Stanislas DEHAENE : Les bases biologiques de l'arithmétique élémentaire. *Pour la science*, 330:70–75, avril 2005.
- [38] Jean-Paul DELAHAYE : *Information complexité et hasard*. Hermes Science, Paris, 1999.
- [39] Jean-Paul DELAHAYE : La barrière de Turing. *Pour la science*, 312:90–95, octobre 2003.
- [40] Jean-Paul DELAHAYE : Concevoir l'univers comme un ordinateur. *Pour la science*, 349:90–95, novembre 2006.
- [41] Jacques DEMONGEOT : Le déterminisme en biologie contemporaine. In LESIEUR [70], pages pp. 159–181.
- [42] Philippe DESCAMPS, éditeur. *La nature & le principe de moindre action*, volume 68, Paris, avril 2002. Les Cahiers de Science et vie.
- [43] René DESCARTES : *DISCOURS DE LA MÉTHODE* suivi d'extraits de la *DIOPTRIQUE*, des *MÉTÉORES*, de la *VIE DE DESCARTES* par Baillet, du *MONDE*, de l'*HOMME* et de *LETTRES*. GF-Flammarion, 1992.
- [44] Bernard D'ESPAGNAT : *Traité de physique et de philosophie*. Fayard, 2002.
- [45] Bernard D'ESPAGNAT : Consciousness and the wigner's friend problem. <http://arxiv.org/abs/quant-ph/0402121>, 2006.
- [46] Julien DUTANT : L'identité. http://julien.dutant.free.fr/ph316B_2003/ph316B_4_cours.rtf.
- [47] Prajit K. DUTTA : *STRATEGIES AND GAMES – THEORY AND PRACTICE*. MIT Press, 1999.
- [48] John C. ECCLES : *How the SELF Controls Its BRAIN*. Springer, 1994.
- [49] John C. ECCLES : *Comment la conscience contrôle le cerveau*. Fayard, 1997.
- [50] Richard FEYNMAN, Robert LEIGHTON et Matthew SANDS : *The Feynman LECTURES ON PHYSICS*. Addison-Wesley, 1966.
- [51] Richard FEYNMAN, Robert LEIGHTON et Matthew SANDS : *Les cours de physique de Feynman*. Dunod, 2006.
- [52] Gerhart FRIEDLANDER *et al.* : *Nuclear and Radiochemistry*, chapitre Statistical Considerations in Radioactivity Measurements. JOHN WILEY & SONS, 1964.

- [53] Uriel FRISCH : *Turbulence, the legacy of A. N. Kolmogorov*. Cambridge Univ. Press, 1995.
- [54] Fritz FRÖHNER : Missing link between probability theory and quantum mechanics : the Riesz-Fejér theorem. *Zeitschrift für Naturforschung*, 53(a): 637–654, 1998.
- [55] Thierry GALLI et Fabienne PAUMET : Du trafic dans les neurones. *Pour la science*, 302:66–73, décembre 2002.
- [56] Gary Nelson GARCIA MOLINA : *DIRECT BRAIN-COMPUTER COMMUNICATION THROUGH SCALP RECORDED EEG SIGNALS*. Thèse de doctorat, École Polytechnique Fédérale de Lausanne, 2004. 3019.
- [57] Martin GARDNER : *La magie des paradoxes*. Belin – Pour la science, 1980.
- [58] Bruno GEPNER : Relations psychisme-cerveau, dualisme interactionniste et gradient de matérialité. *Intellectica*, 36–37:319–340, 2003.
- [59] Werner HEISENBERG : *Le Manuscrit de 1942*. Allia, 2004. Traduit par Catherine Chevalley.
- [60] Douglas HEMMICK : *Hidden Variables and Nonlocality in Quantum Mechanics*. Thèse de doctorat, Rutgers Univ., 1996.
- [61] Olivier HOUDÉ, Bernard MAZOYER et Nathalie TZOURIO-MAZOYER, éditeurs. *Cerveau et psychologie*. Presses Univ. de France, 2002.
- [62] Rufus ISAACS : *Differential games*. Wiley, 1965. A mathematical theory with applications to warfare and pursuit, control and optimization.
- [63] Emmanuel KANT : *Critique de la raison pure*. Presses Univ. de France, 1787–1990. Traduit par A. Tremesaygues et B. Pacaud.
- [64] Jean-Philippe LACHAUX : Rôle possible des synchronisations neuronales dans l'attention et la conscience : apport des enregistrements EEG intracérébraux chez l'homme. conf. Cognisud, 13 septembre 2006. Marseille.
- [65] LARRY et Andy WACHOWSKI : *The Matrix*. Warner Home Video, 1999. Disque vidéo.
- [66] Harvey S. LEFF et Andrew F. REX, éditeurs. *MAXWELL'S DEMON ENTROPY, INFORMATION, COMPUTING*. Adam Hilger, Bristol, UK, 1990.
- [67] G. W. LEIBNIZ : *Principes de la Nature et de la Grâce*, chapitre Monadologie, pages 241–268. GF-Flammarion, 1996.
- [68] Jacqueline LELONG-FERRAND et Jean-Marie ARNAUDIÈS : *Cours de mathématiques*. Dunod Univ., 1978.
- [69] Marcel LESIEUR : *Turbulence in fluids*. Kluwer, 1987.
- [70] Marcel LESIEUR, éditeur. *TURBULENCE ET DÉTERMINISME*. EDP Sciences, 1998.
- [71] Benjamin LIBET : Can conscious experience affect brain activity ? *Journal of Consciousness Studies*, 10(12):24–28, 2003.

- [72] Benjamin LIBET : *MIND TIME The Temporal Factor in Consciousness*. Harvard Univ., 2004.
- [73] Thierry LOMBRY : Les relations d'incertitude de Heisenberg. <http://www.astrosurf.com/luxorion/quantique-relations-heisenberg.htm>.
- [74] Fritz LONDON et Edmond BAUER : *La théorie de l'observation en mécanique quantique*. Hermann, Paris, 1939.
- [75] LUCRÈCE : *De la nature*. GF-Flammarion, 1998. Traduit par José Kany-Turpin.
- [76] Roman E. MAEDER : *Computer Science with Mathematica*. Cambridge Univ. Press, 2000.
- [77] Edward NELSON : Derivation of the Schrödinger equation from newtonian mechanics. *Physical Review*, 150(4):1079–1085, 1996.
- [78] Laurent NOTTALE, Jean CHALINE et Pierre GROU : *Les arbres de l'évolution*. Hachette, 2000.
- [79] Roland OMNÈS : Les racines quantiques du monde classique. *Pour la science*, 290:38–44, décembre 2001.
- [80] Michel ONFRAY : *Contre histoire de la philosophie*. Frémeaux et associés, 2003–2005. Disque audio.
- [81] Lech PAPIEZ : Stochastic optimal control and quantum mechanics. *Journal of Mathematical Physics*, 23(6):1017–1019, juin 1982.
- [82] Blaise PASCAL : *De l'esprit géométrique*. <http://visualiseur.bnf.fr/Visualiseur?Destination=Gallica&O=NUMM-89259>, 1997.
- [83] Wolfgang PAUL et Jörg BASCHNAGEL : *Stochastic Processes From Physics to Finance*. Springer, 1999.
- [84] Pierre PELCÉ : Another derivation of the Schrödinger equation. *Eur. J. Phys.*, 17:116–117, 1996.
- [85] Charles PERRAULT : *Le petit chaperon rouge*. In *Contes de Perrault*. Gründ, 2001.
- [86] Isabelle PESCHARD : *LA RÉALITÉ SANS REPRÉSENTATION, La théorie énaïve de la cognition et sa légitimité épistémologique*. Thèse de doctorat, École Polytechnique, France, 2004.
- [87] Frederick REIF : *Fundamentals of statistical and thermal physics*. Mc Graw Hill, 1988.
- [88] Erwin SCHRÖDINGER : *L'ESPRIT ET LA MATIÈRE*. Seuil, 1992. Traduit par Michel Bitbol.
- [89] Erwin SCHRÖDINGER : *Physique quantique et représentation du monde*. Seuil, 1992. Introduction et notes de Michel Bitbol.

- [90] Jeffrey M. SCHWARTZ, Henry P. STAPP et Mario BEAUREGARD : Quantum physics in neuroscience and psychology : a neurophysical model of mind–brain interaction. *Phil. Trans. R. Soc. B*, 360(1458):1309–1327, jun 2005.
- [91] Michel SERRES : *Éléments d'histoire des sciences*, chapitre Gnomon, les débuts de la géométrie en Grèce. Bordas, 1986.
- [92] SPINOZA : *Éthique*. Garnier-frères, Paris, 1965. Traduit par Charles Appuhn.
- [93] H. P. STAPP : *MIND, MATTER AND QUANTUM MECHANICS*. Springer, 2004.
- [94] L. SZILARD : Über die Entropieverminderung in einem thermodynamischen System bei Eingriffen intelligenter Wesen. *Zeitschrift für Physik*, 53:840–856, 1929.
- [95] M. TODA, R. KUBO et N. SAITÔ : *Statistical physics*. Springer, 1992.
- [96] Bas van FRAASSEN : Logique et probabilités. sémin. CEPERC, 21 mars 2005. Aix-en-Provence.
- [97] VOLTAIRE : *Candide*. Pocket, 1759–2004.
- [98] John von NEUMANN : *MATHEMATICAL FOUNDATIONS OF QUANTUM MECHANICS*. Princeton univ. Press, 1955. Translated from the German edition by Robert T. Beyer.
- [99] John von NEUMANN : *Theory of Self-Reproducing Automata*. Univ. of Illinois, 1966.
- [100] John von NEUMANN : *THÉORIE GÉNÉRALE ET LOGIQUE DES AUTOMATES*. Champ Vallon, 01420 Seyssel, France, 1996. Traduit par Jean-Paul Auffrand.
- [101] Peter WEGNER et Dina GOLDIN : Computation beyond Turing machines. *COMMUNICATIONS OF THE ACM*, 46(4):100–102, avril 2003.
- [102] Norbert WIENER : *Invention, the care and feeding of ideas*. MIT Press, 1993.
- [103] Norbert WIENER : *God & Golem Inc.* l'Éclat, 2000. Traduit par Christophe Wall-Romana & Patricia Farazzi.
- [104] Norbert WIENER : *Invention, la pépinière des idées*. <http://pierre.albarede.free.fr/>, 2003. Traduit par Pierre Albarède.
- [105] Norbert WIENER et Armand SIEGEL : A new form for the statistical postulate of quantum mechanics. *Phys. Rev.*, 91(6):1551–1560, 1953.
- [106] Eugene P. WIGNER : *Symmetries and reflections*. Indiana Univ. Bloomington & London, 1967.
- [107] Ludwig WITTGENSTEIN : *Tractatus logico-philosophicus*. Gallimard, 1922–1993. Traduit par Gilles-Gaston Granger.
- [108] Stephen WOLFRAM : *Mathematica le livre*. Int. Thomson Pub., 3^e édition, 1998–1997. Traduit par Thierry Dubois.
- [109] Stephen WOLFRAM : *A new kind of science*. Wolfram media, 2002.

- [110] Stephen WOLFRAM : John von Neumann's 100th birthday. NKS Forum, octobre 2003. <http://forum.wolframscience.com>.
- [111] Laure ZAGO et Mauro PESENTI : Les activités numériques. In HOUDÉ *et al.* [61], pages 521–546.
- [112] H. Dieter ZEH : Roots and fruits of decoherence. *Séminaire Poincaré*, 1:115–129, 2005.
- [113] W[o]jciech H. ZUREK : Pointer basis of quantum apparatus : Into what mixture does the wave packet collapse. *Physical Review D*, 24(6), septembre 1981.
- [114] W[o]jciech H. ZUREK : Probabilities from entanglement, Born's rule $p_k = |\psi_k|^2$ from envariance. <http://arxiv.org/abs/quant-ph/0405161>, septembre 2004.
- [115] Wojciech H. ZUREK : Decoherence and the transition from the quantum to the classical-revisited. *Séminaire Poincaré*, 1:1–23, 2005.
- [116] Wojciech Hubert ZUREK : Decoherence, einselection, and the quantum origins of the classical. *REVIEW OF MODERN PHYSICS*, 75:715–775, 2003.
- [117] Hervé ZWIRN : Mécanique quantique et connaissance du réel. Rapport technique, Académies des Sciences morales et politiques, 2003. http://www.asmp.fr/travaux/gpw_philosc.htm.

Annexe A

Annexes

A.1 Kit de survie en arithmétique, algèbre, analyse et géométrie

Quelques définitions, axiomes, théorèmes et exemples [68, t. 1] :

1. **Nombre entier signé**, comme $-2, +3$.¹
2. **Nombre rationnel**, comme $1/3, 3/2$.
3. **Nombre idéal** : suite infinie de nombres rationnels, convergeant selon Cauchy [68], comme

$$\frac{1}{2^0} + \frac{1}{2^1} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} \cdots = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{p=0}^n \frac{1}{2^p}, \quad (\text{A.1})$$

$$\frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} \cdots = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{p=1}^n \frac{1}{p^2}. \quad (\text{A.2})$$

4. **Nombre complexe** :

$$a = x + iy \in \mathbb{C}, \quad i^2 = -1, \quad \Re a = x, \quad \Im a = y,$$

où x, y sont des nombres idéaux ; le conjugué, le module et la phase de a sont respectivement

$$a^* = x - iy, \quad |a| = \sqrt{aa^*} = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad \arg a = \arctan \frac{y}{x},$$

tels que

$$a = |a| e^{i \arg a}, \quad a^* = |a| e^{-i \arg a};$$

par exemple,

$$-1 = e^{\pm i\pi}. \quad (\text{A.3})$$

1. On convient que zéro est négatif et positif, qu'une fonction constante sur un ensemble de nombres est croissante et décroissante...

5. **Vecteur** de l'espace vectoriel complexe \mathbb{C}^2 , à deux dimensions :

$$\begin{aligned} (a, b) \in \mathbb{C}^2, (a, b) + (0, 0) &= (a, b), \\ c \in \mathbb{C}, c(a, b) &= (ca, cb), \\ (c, d) \in \mathbb{C}^2, (a, b) + (c, d) &= (a + c, b + d); \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

6. **Produit hermitien** de deux vecteurs de \mathbb{C}^2 :

$$\langle (a, b) | (c, d) \rangle = a^* c + b^* d, \quad (\text{A.5})$$

La fonction $(x, y) \rightarrow \langle x | y \rangle$ est *anti-linéaire* à gauche, linéaire à droite.

7. **Norme hermitienne** d'un vecteur (a, b) de \mathbb{C}^2 :

$$\langle (a, b) | (a, b) \rangle = |a|^2 + |b|^2 \geq 0,$$

par exemple, $\langle (1, i) | (1, i) \rangle = 1 - i^2 = 2$. Un vecteur est nul si et seulement si sa norme est nulle.

8. **Espace newtonien** : espace vectoriel euclidien à trois dimensions, orienté, c'est l'espace ordinaire.

A.2 Propositions controversées de von Neumann

A.2.1 Complétude quantique

Un théorème de complétude quantique de von Neumann est, sinon faux, mal interprété, même par son auteur [60]. Les diverses réfutations en sont d'une part la théorie de l'onde pilote, apparaissant a posteriori comme un contre-exemple, d'autre part, des attaques directes [13, 60]. Selon [22] :

le célèbre théorème de von Neumann de 1932, que l'on continuait à tort de tenir à l'époque, en dépit de sa réfutation confidentielle par Grete Hermann en 1935 (Hermann 1996), pour un théorème d'impossibilité de théories déterministes [causales] à variables « cachées » [paramètres supplémentaires] aptes à reproduire les prédictions de la mécanique [physique] quantique.

Le problème est clarifié notamment par Bell [60]. Selon [44, § 5.2.4, p. 145] :

Plus généralement, on sait maintenant (grâce aux travaux de Bell (1966) mais également de Kochen et Specker (1967)) que les théories ontologiquement interprétables ne préservent leur accord avec les données expérimentales qu'en acceptant que les résultats de la mesure d'une grandeur soient affectés par la décision éventuellement prise de mesurer concurremment telles ou telles grandeurs mesurables simultanément avec la première, et par le choix de celles-ci. Cette donnée a pour nom *contextualité*.

Un cas de contextualité est la non-localité (§ 5.6).

A.2.2 Dissipation dans le calcul

Pour chaque bit observé (a priori aléatoire complètement), l'entropie décroît de $k \ln 2$ mais l'entropie d'environnement croît d'au moins $k \ln 2$ (5.4), donc l'entropie d'univers croît (5.3). Pour observer un bit, on dissipe une énergie supérieure à $k_B T \ln 2$ [99, p. 66], [25].

Cependant, selon [110] :

He thought that each logical step in computation would necessarily dissipate a certain amount of heat, whereas in fact reversible computation is in principle possible.

Il [von Neumann] pensait que chaque pas logique de calcul dissiperait nécessairement une certaine quantité de chaleur, alors qu'en fait le calcul réversible est en principe possible.

L'irréversibilité n'est pas due au calcul mais à un effacement par restriction de ressources [19].

Pour s'approcher du calcul réversible, il faut observer moins souvent et il suffit de remplacer une multitude de pas de calcul par un unique pas de calcul, fondé sur la solution de (6.10) (ou une quelconque règle d'évolution réversible). On choisit ou on observe irréversiblement seulement en fin de calcul (qui est aussi le début du calcul suivant).

Voici une image grammaticale (à défaut d'image mécanique) : une observation en réalité est comme un article dans un texte. L'erreur de von Neumann revient à supposer qu'il y a en moyenne un article par nom, dans un syntagme bien formé, comme « *le* lieu de *l'*aiguille d'*une* balance ». Cependant, on peut réduire le nombre d'articles ainsi : « *un* lieu d'aiguille de balance », sans changer le sens mais en fixant l'attention seulement une fois, sur le sens global, au lieu de trois.

A.3 La meilleure ou la pire des choses

La langue est une des meilleures ou pires choses, il contient tous les problèmes et toutes les solutions. Les mots sont comme des écueils ou balises : atome, calcul, cause, choix, chose, complet, composer, connaître, contrôle, déterminer, état, expérience, exister, identique, indiscernable, interpréter, même, mémoire, mesure, objet, observer, organiser, réalité, sujet, système, théorie, utilité. On a réduit le nombre de mots et uniformisé leur usage, autant que possible.

Les problèmes grammaticaux de choix de personne (je, il, on, nous), de nombre (singulier, pluriel), d'article (défini, indéfini ou omis), de préposition (par ou avec) . . . correspondent à des problèmes sémantiques d'identité, généralité, possibilité, causalité, ordre . . .

Pourquoi y a-t-il tant de termes distincts pour exprimer l'identité : même, égal, identique, constant, fixe, indépendant, équivalent, indifférent, indiscernable, semblable. Quelle est, en particulier, la différence entre identique et indiscernable ?

« Je » est-il permis dans un texte scientifique ? Faut-il dire « sujet » ou « objet », d'une étude (ou lettre) ? Faut-il dire « un espace » ou « l'espace » ?

« Réel » et « réalité » ont été réconciliés et débarrassés des majuscules et guillemets sémantiques parfois utilisés [44, § 8.1.1, p. 199]. « Objectif » signifie relatif à un objet. « Subjectif » signifie relatif à un ou des sujets.

« En général » signifie souvent vrai. « Vraisemblablement » signifie peut-être vrai. « Un certain X » signifie que X est incertain. Pourquoi dit-on physique statistique et processus stochastique mais non physique stochastique et processus statistique ?

Le verbe observer n'est transitif que relativement à un certain modèle, qui précise ce qu'on observe.

Un extremum n'étant pas toujours unique, il ne faut pas dire « le plus » ou « le meilleur » mais « *un* des plus » ou « *un* des meilleurs », « Tout est au mieux dans *un* des meilleurs mondes. »

On commet des métonymies, identification entre valeur d'une fonction et la fonction elle-même (ou représentant et représenté ou peintre et tableau [23]) : état et objet, expérience et système. « Système isolé » est un oxymore, parce que l'observation est perturbative.

« Être » et « représenter » sont indiscernables, on peut éliminer la représentation, par énonciation [86] ou calcul λ .

Sans langue, on peut encore *montrer* [107, 4.1212] ; mais la langue reste utile socialement à l'expérience, y compris en mathématiques, où le choix des noms et des symboles n'est pas indifférent.

A.4 La « magie » de l'intrication [8]

Qu'est ce que l'intrication ?

En 1935, Albert Einstein, Boris Podolsky et Nathan Rosen démontrent que la mécanique [physique] quantique autorise la situation suivante. Deux particules, après avoir interagi, s'éloignent l'une de l'autre. Lorsqu'elles sont suffisamment éloignées, on effectue une mesure sur chacune d'elles et on se rend compte que les résultats de ces mesures sont corrélés. Qu'entend-on par corrélé ? Fabriquons deux pièces de monnaie à Paris. L'une est envoyée à Lille, l'autre à Bordeaux. Avec ces deux pièces de monnaie, on joue à pile ou face. Et on réalise que, pour chaque tirage, les résultats à Lille et à Bordeaux sont toujours identiques.

Dans les deux cas, on a pourtant deux possibilités : pile ou face. Mais tout se passe comme si le premier tirage effectué déterminait le deuxième, bien que les deux pièces de monnaie ne puissent échanger aucune information à distance.

Avec des particules dites intriquées, deux photons par exemple, c'est un peu la même chose. Schématiquement : si on mesure la po-

larisation du photon envoyé à Lille, on trouve un résultat de mesure identique à Bordeaux. Comme au jeu de pile ou face, il y a autant de chances que le premier et le second photons soient polarisés « pile » ou « face » (les spécialistes disent « parallèle » ou « perpendiculaire »). Mais lorsque la polarisation du premier est mesurée « pile », celle du second l'est aussi. . .

Comment Einstein a-t-il interprété ce résultat ?

En supposant que la théorie quantique était incomplète et qu'il existait des « variables cachées » [paramètres supplémentaires]. On peut reprendre l'exemple des pièces de monnaie ; Einstein pensait en quelque sorte que, puisque les deux pièces avaient été fabriquées ensemble, un vice de fabrication avait pu être subrepticement introduit. Par exemple, chaque paire de pièces pourrait avoir deux côtés pile ou deux côtés face. On aurait ainsi l'impression que le tirage d'une pièce influe sur sa jumelle, mais cette impression ne serait qu'un leurre, les deux objets étant identiquement truqués !

Cette explication est a priori convaincante, mais elle oblige à considérer deux types de paires — les « pile-pile » et les « face-face », alors que pour le formalisme quantique, toutes les paires sont identiques. Einstein s'appuie donc sur l'intrication pour conclure que la physique quantique ne décrit le monde que de façon incomplète.

À l'époque, cette idée fait-elle l'objet d'un consensus ?

Non. Albert Einstein s'opposera sur ce point à Niels Bohr pendant de nombreuses années. Mais c'est un débat d'ordre philosophique, qui intéresse peu les physiciens. Ces derniers utilisent la physique quantique de manière pragmatique, avec succès puisqu'ils vont y trouver la clef de la structure de la matière, et la source d'inventions comme le transistor et le laser. Ils s'occupent peu des débats philosophiques entre Bohr et Einstein. En 1965 apparaît un nouveau personnage : John Bell. Ce chercheur irlandais démontre, de façon inattendue, l'incompatibilité quantitative entre l'interprétation d'Einstein et les corrélations prévues par la mécanique [physique] quantique.

La vision d'Einstein explique certaines corrélations, mais pas toutes. Si Einstein a raison, dit John Bell, alors les corrélations entre deux photons jumeaux ont une limite supérieure déterminée par les inégalités de Bell.

De quand datent les premiers travaux visant à trancher entre la vision d'Einstein et celle de Bohr ?

Les premières expériences sont menées aux États-Unis dans la première moitié des années 1970 et donnent une première tendance en faveur de la mécanique [physique] quantique, contre la vision d'Einstein. Au début des années 1980, avec Jean Dalibard, Philippe Grangier et Gérard Roger, nous avons utilisé les progrès techniques, et notamment les lasers, pour construire une source de photons intriqués et faire des mesures très précises dans des conditions très proches de l'expérience de pensée à la base des discussions théoriques.

Les résultats de ces expériences violent clairement les inégalités de Bell, c'est-à-dire qu'elles invalident la vision d'Einstein. Cela a contribué à attirer l'attention des physiciens sur l'intrication, qui est un des concepts les plus révolutionnaires de la théorie quantique et a, de façon inattendue, ouvert la voie à un domaine de recherche : l'information quantique.

Propos recueillis par S. Fo.

Index

- énergie
 - cinétique, 15
 - de marée, 72
- absorber, voir photon, 20, 31, 38, 81
- Achille, 13, 14, 20, 36
- action, voir principe de moindre –, 20
 - mécanique, 21, 35, 83, 84
- activité
 - cérébrale, 75, 79, 80
 - préparatoire, 75, 76
- aiguille, 11, 34, 52, 73, 97
- aimant, 14, 59
- albatros, 37
- aléatoire, voir choix, résultat, variable,
 - 22, 28, 33, 54, 72
 - complètement, 27, 42, 52, 53, 55, 56, 97
- ami, voir problème, 10
 - de Wigner, 73, 74
- amplitude de probabilité, 46, 53, 55, 57, 58, 60–64
- âne de Buridan, voir paradoxe
- antagoniste, 76
- arbre
 - d'effets, 18
 - de causes, 18
 - généalogique, 18
- arithmétique, voir paradoxe, 67
- arrêt, voir problème, théorème
 - de processus, 14
 - de programme, 11
- Arrhenius, voir loi
- artificiel, voir intelligence
- Aspect, voir expérience
- atome, voir ensemble, physique, 15–18, 20, 22, 23, 26, 27, 32, 34, 36–38, 40, 42, 43, 52, 59, 63, 71
 - de Rutherford, 38
- atomes, 18
- attention, 5, 80, 97, 100
- attracteur, 83
- auto-cohérence, 68, 82, 83
- auto-référence, 13, 14, 16, 28, 72, 80, 86
 - contradictoire, 72
- auto-similaire, voir modèle, 22, 32, 65
- autonomie, 6
- axiome, 44, 67
 - de récurrence, 7
 - du choix, 9, 69
- barbier, 7
- Bartholin, 55
- base d'observation, 47, 48, 55, 66, 71, 79
- Bayes, voir théorème
- Bell, voir théorème, 96, 99, 100
- Bentham, voir utilitarisme
- Bertrand, voir paradoxe
- binaire, voir composante, résultat, 18
- biochimie, voir réaction
- bit, 7, 23, 24, 32, 37, 42, 46, 97
- Bohm, 64
- Bohr, 38, 45, 67, 74, 99
- boîte, 36, 40, 54, 71
 - symétrique, 36, 43, 54
- Boltzmann, voir constante, entropie, 22, 25
- bootstrap, 28
- Born, voir loi
- Bradley, 18
- Brown, 22

- brownien, voir chemin, particule, 22
 bruit, voir rapport signal sur –, 22, 23, 42, 69
 Buridan, voir âne
 but, 6, 83
 contradictoire, 6
 calcul, voir choix, durée, expérience, 11–13, 16, 23, 43, 87, 97
 λ , 43
 réversible, 97
 calculable, voir fonction
 Cantor, voir paradoxe
 Carnot, 25
 Cauchy, voir théorème, 95
 causal, voir physique, loi, principe de causalité, 21, 23, 24, 42, 44, 47, 64, 69, 82, 96
 causalité, 22, 44, 69
 locale, 18
 statistique, 72
 cause, voir arbre, 5, 6, 16–18, 24, 33, 36, 61, 64, 75, 76, 79
 centre, 6
 cerveau, voir activité, événement, image, paradoxe, partie, trace, 5, 6, 11, 16, 36, 60, 65, 75, 80
 de liaison, 78, 81
 chaleur, 97
 champ, 65
 électromagnétique, 39, 55, 65
 de pesanteur, 64
 de pression, 76
 moyen, 82
 visuel, 69, 86
 changer, 83
 chaos, 33
 chat, voir expérience, paradoxe, 55
 chemin, voir théorie, 21, 65, 66
 brownien, 64, 81
 de photon, 39
 optique, 21
 chevillette, 5
 chimie, 38, 80
 choir, 5, 13, 16, 20, 22, 72, 76
 seeloi de chute, 4
 choix, voir axiome, existence, problème, probabilité, programme, utilité, 9, 10, 20, 27, 36, 42, 44, 69, 75, 78–86, 96, 97
 aléatoire et équiprobable, 44
 de nom, 98
 de programme, 24
 de symbole, 98
 indifférent, 71, 72
 chose, 12, 39, 43, 67–69, 97, 98
 en soi, 40
 utilité, 4
 Church, voir thèse, 43
 cinématique, 14
 newtonienne, 14, 18
 cinétique, voir énergie, théorie
 clarifier, 96
 classique, voir physique
 Clausius, 25
 code, 10, 11, 27, 48
 numérique, 9, 11, 48
 seeréalité, 4
 cohérence, voir onde, 51, 52, 56, 71, 80, 82
 énergétique, 53
 de Fröhlich, 80
 combinaison
 linéaire, 45, 53, 55, 63, 83
 complément, voir principe de –arité, 34, 39, 45, 67, 68, 72, 74, 81, 84, 86
 à la mécanique, 37, 38, 45
 non matériel, 5
 complet, voir aléatoire, corrélation, modèle, théorème de complétude, théorème d'incomplétude, préparer, réduire, 10, 12, 36, 39, 56, 72
 complexité
 algorithmique, 12, 82
 comportement, 80
 quantique, 65

- composant, 31
- composante, 11, 42, 57, 58, 62, 63
 binaire, 11, 57
 d'un couple, 72
 de résultat, 23, 24, 32, 48, 57, 58, 60
 indiscernable, 59
 linéaire, 83
 locale, 34
 non linéaire, 83
- composer, voir échange, loi de composition des vitesses, 12, 42, 58, 72
- comprimer, 12, 36, 40
 irréversiblement, 12
- compromis, 34, 86
- concurrent, voir observateur, 96
- conscience, voir physique, 5, 10, 42, 68, 74–76, 80–82, 84, 86
- conservation
 d'énergie, 26, 49
- conserver, 47, 54
 loi, théorème, 4
- constant, voir fonction, indétermination, 14, 15, 17, 18, 20, 27, 40, 42, 47, 49, 53, 54, 71
- constante, 35
 c , 18, 20, 21
 de Boltzmann, 24
 de couplage, 61
 de Planck, 35, 37, 45
- constructivisme, 69
- construire, voir physique constructive, 9–12, 14, 18, 23, 28, 31, 33, 50, 52, 60, 68, 72, 76, 78, 80, 82, 100
- contextualité, 96
- continu, voir fonction, mécanique des milieux –s, 22, 47, 76
- contrafactuel, 36, 42, 52, 53, 71
- contredire, voir auto-référence, but, 7
- contrôle, voir problème, 10, 22, 24, 31, 69, 72, 73, 75, 76, 78, 79, 82–84
- stochastique, 72
 stochastique optimal, 84
- corps, 7, 10, 69, 73, 76, 78, 80, 82
 humain, 16
 noir, 38
- corrélér, 5, 31, 42, 58, 98, 99
 complètement, 58, 59
- correspondre, 1, 23, 37, 42, 46, 47, 55, 58, 60, 63, 71, 73, 79, 80, 82
 objectivement, 79
- cosmologie, 6, 66
- Coulomb, 17
- coupure
 de von Neumann, 59, 81, 82
- crayon, 22, 76
- créationnisme, 44
- cybernétique, voir expérience, principe, 10
- Cyrano, 14, 17, 20
- Dalibard, 100
- dé, voir jeu, 42
- de Broglie, voir loi, onde, 64
- décohérence, voir théorie, 52, 53, 59, 63, 71, 80–82, 84
- découvrir, 38, 44, 53
- délai, 75, 79
 d'intrication, 63
 d'observation, 85
 de lecture, 75
 de relaxation, 85
- démon, voir paradoxe, 40
 de Laplace, 16, 44
 de Maxwell, 36, 37, 40, 71
- dénombrer, voir ensemble, temps-espace, 7, 9, 13, 36, 51
- Descartes, 38
- détecteur, 34, 42, 54, 71
- déterminer, 11, 13, 16, 34, 35, 40, 46, 47, 52, 53, 60, 61, 64, 79, 82, 98, 99
 statistiquement, 23, 35, 52, 59, 72
- déterminisme, voir causalité, théorie déterministe

- de Laplace, 16, 21
- deus, voir Dieu
- Dieu, 12, 20, 21, 42, 44, 69
 - deus ex machina, 5
 - immanent, 69
- Dirac, voir mesure
- discontinu, 47
- dissiper, voir délai, effet, 37, 97
- données, 11
 - expérimentale, 96
- double, 72, 85
 - identité, 68
 - réinjecté, 78
- dual, 67
- dualisme interactionniste, 68, 69, 76
- dualité
 - onde-particule, 39
 - onde-rayon, 39
- dur, voir problème
- durée, 21, 34
 - de calcul, 12
- dynamisme, 83
- Eccles, voir expérience, thèse, 78, 80
- échange, voir invariant, 10, 11, 20, 39, 56, 58, 82
 - de composantes, 12
 - de matière, 73
 - de réalité, 37
- échantillon, voir ensemble, 16, 31, 72
- écrire, 34, 76
- Eddington, 25
- effet, 18, 26, 64, 75
 - conjoint, 76
 - d'échelle, 54
 - d'environnement, 74, 81, 84
 - d'observation, 34
 - de réduction quantique, 84
 - de volonté, 79–81
 - dissipatif, 86
 - papillon, 33
 - photoélectrique, 38
 - quantique, 79
 - tunnel, 79, 80
- Zénon quantique, 48, 82
- Einstein, 38, 42, 65, 98–100
- éliminer, 5, 22, 42, 43, 64, 66, 69, 72, 83, 86, 87
- empirique, voir réalité, 64, 69
- énaction, voir théorie, 69, 72, 76
- énergie, voir cohérence, conservation, spectre,
 - théorème de l'– cinétique, 20, 24, 26, 37, 38, 40, 54, 55, 68, 97
 - cinétique, 17, 23, 54
 - d'activation, 23, 27
 - de masse, 20
 - de particule, 20
 - potentielle, 17, 53
 - propre, 54
- ensemble, voir théorie, 9, 12, 43
 - d'échantillons, 10, 52, 82
 - d'états, 26
 - d'atomes, 15, 16
 - d'ensembles, 7
 - d'intervalles, 55
 - d'objets, 20
 - d'opérateurs, 48
 - de fermions, 59
 - de particules, 20
 - de parties, 7
 - de résultats, 36, 57, 59, 71, 85
 - de solutions, 47
 - de stratégies, 82
 - de symboles, 9
 - fini, 24
 - fini ou dénombrable, 7
- entropie, 24–26, 28, 32, 35–37, 40, 42, 71, 97
 - d'univers, 37, 97
 - de Boltzmann, 25
 - de Shannon, 24, 25
- environnement, voir effet, 37, 54, 55, 64, 68, 69, 81, 82, 85, 97
- épiphénoménalisme, 68, 76
- équation
 - aux dérivées partielles, 60
 - d'état, 23

- d'évolution, 49, 50
- de Ginzburg & Landau, 65, 83
- de Landau, 69
- de Maxwell, 38, 39, 55, 64
- de mouvement, 20, 23, 49
- de Schrödinger, 47
- différentielle, 16
- équilibre, 22
 - mécanique, 27
 - thermodynamique, 26, 27, 53
- équiprobable, 26, 55, 56, 59
 - seechoix, résultat, 4
- Escher, 40
- espace, 15
 - newtonien, 12, 15, 17, 52, 83, 96
 - vectorel, 26, 33, 45–48, 79, 96
- espérer, 23, 25, 28, 44, 49, 82, 86
- esprit, voir pur, unicité, 6, 26, 67–69, 76, 78, 81, 86
 - de l'observateur, 65
 - local, 6
- étalon, 35
- état, voir ensemble, équation, mélange, probabilité, 15, 26, 32, 34, 36, 40, 46, 55, 65, 66, 74, 78, 85
 - approché, 40
 - civil, 44
 - du monde, 16
- événement, 18, 42, 65, 78, 79
 - cérébral, 75
 - de Heisenberg, 76
- Everett, 65, 66
- évoluer, voir arbre, équation, principe, processus, règle, 26, 53, 60, 61, 69, 72
 - réversiblement, 40
- exister, 7, 9, 12, 17, 39, 46, 48, 50, 53, 58, 60, 61, 65, 68, 83, 86, 99
 - objectivement, 65
- exocytose, voir modèle, probabilité, 5, 16, 78–80
- expérience
 - de chat de Schrödinger, 55
 - de Fizeau, 54
 - expérence, voir données, modèle, objet, méta-, 10, 13, 16, 22, 42, 45, 69, 72, 74–76, 80, 84, 86, 98, 100
 - astronomique, 18
 - avec un ordinateur, 11
 - avec un sujet, 11
 - cybernétique, 76
 - d'équilibre instable, 22, 23, 76
 - d'Aspect, 42, 59, 71
 - d'auteur, 76
 - d'Eccles, 80
 - de calcul, 84
 - de contre-réaction, 76
 - de Libet, 75
 - de Michelson & Morley, 18
 - de pensée, 100
 - de pile ou face, 27, 55, 59, 98
 - de polarisation, 56
 - impaire, 58
 - paire, 58, 59
 - expliquer, 38, 64, 65, 80, 82, 86, 99
 - objectivement, 63
- Fechner, 68
- Fejér, voir théorème
- Fejér, 65
- Fermat, voir principe, 39
- Feynman, 64, 66
- Fizeau, voir expérience, 34
- fonction, 9, 16, 60, 72, 87
 - constante, 95
 - d'onde, 82
 - de Lagrange, 65
 - psychique, 5, 67, 81, 82
- fondement, 69
- force, 17, 18, 20, 80
 - électromagnétique, 20
 - de friction, 17
 - de pesanteur, 20
 - magnétique, 17
- friction, voir loi
- Fröhlich, voir cohérence

- Galilée, 22
galiléen, voir invariant, référentiel
génétique, voir programme, 69
Gibbs, voir paradoxe, 22
Ginzburg, voir équation
Gödel, 12
grand nombre, 23, 72
Grangier, 100
- hasard, 42
Heisenberg, voir événement, 35, 47, 65, 67, 74
Hermann, 96
Hilbert, voir programme
homme, 1, voir cerveau, corps, 7, 43, 68, 75, 83
horizon, 83
Huygens, voir principe, 38
- idéal, voir instrument, 15, 20, 84, 87, 95
idéisme, 67, 68
image, voir prédire, représenter, 6, 11, 20, 31, 45, 78, 86, 97
 cérébrale, 86
 mécanique, 97
 symétrique, 12
imaginer, 32, 36, 42, 44, 75
inconscience, 86
inconscient, 76, 86
indécidable, 11, 12, 44
indétermination, voir loi, 26, 33, 34, 52, 53, 79
 constante, 26
 de phase, 62
 statistique, 52
indéterminer, 79
indéterminisme, voir indétermination
indifférent, voir choix, 44, 98
indiscernable, voir composante, instrument, particule, 44, 59, 71, 72, 98
individu, 18, 68, 76, 83
indivisible, voir atome, objet
inférence, 23, 27, 28, 34
information quantique, 100
informer, 5, 12, 17, 18, 31, 36, 40, 42, 45, 81, 85, 86, 98
instrument, voir chaîne, 6, 10, 24, 34, 35, 42, 52, 60, 62–65, 73, 82, 84
 de musique, 38
 indiscernable, 71
 macroscopique, 16, 32
 non local, 54
insu, 75
intelligence, voir organe, 5, 80, 83, 86
 artificielle, 5, 6
intention, 5, 75, 78
interaction électromagnétique, 20
interagir, voir dualisme interactionniste, 20, 36, 58, 62–64, 69, 98
interface, 34, 80
interférence, 6, 38, 48
interpréter, 11, 51, 65, 87, 96, 99
intersection, 67
intersubjectif, 10, 11, 31, 67, 68, 76, 84
intriquer, voir délai, particule, photon, 57, 60, 71, 99, 100
 irréversiblement, 63
 réversiblement, 62
inutile, 71, 80
invariance
 galiléenne, 26
invariant, voir loi, principe, 17
 d'échelle, 33
 galiléen, 20, 64
 par échange, 26, 44, 56, 58
 par décalage de phase, 46, 50
 par translation, 26, 31
inventer, voir processus, 38, 53, 83, 99
irréversible, voir comprimer, intriquer, observer, 26, 97
- James, 10, 68
jeu, voir modèle, structure, théorie, 26, 82, 98
 d'imitation, 74
 de pile ou face, 99

- différentiel, 83
- stochastique, 84
- John von Neumann, 9
- Jordan, 79
- jpeg, 12
- Kant, 87
- Kochen, 96
- Kolmogorov, 33
- Lachaux, 80
- Lagrange, voir fonction, 83
- Landau, voir équation
- langue, voir problème, 97, 98
- Laplace, voir démon, déterminisme, monde, 17, 22
- LASER, 55, 99, 100
- Leibniz, 20, 36
- Libet, voir expérience, 74, 75
- libre, voir utilité, 44, 69, 72, 79, 83, 86
- linéaire, voir combinaison, composante, fonction, 47
- Lipschitz, 17
- local, voir causalité, composante, esprit, expérience, paramètre, réalité, 15, 42, 64, 75, 81
- logique, voir profondeur, complet, 38, 74, 87, 97
 - des probabilités, 74
 - du sens commun, 74
 - quantique, 74
- loi, voir méta-, 11, 12, 18, 31, 32, 44, 60, 73–76, 78, 79, 83
 - électrostatique, 17
 - à mémoire, 28
 - causale, 16, 22, 23
 - d'Arrhenius, 23, 79
 - d'indétermination, 35
 - de Born, 46, 47, 49, 64, 65, 81
 - de chute, 22
 - de composition des vitesses, 14
 - de conservation de masse et charge, 15
 - de de Broglie, 39, 64
 - de force, 17
 - de friction, 17
 - de Malus, 56
 - de pesanteur, 17
 - de Planck, 38, 47
 - de probabilité, 28
 - de probabilité de résultat, 22
 - de restriction de mémoire, 32
 - gaussienne, 23
 - invariante, 12
 - magnétique, 17
 - quantique, 47, 65, 79
 - quasi-quantique, 81
 - statistique, 22, 23
- Lorenz, 33
- Lucrèce, 22
- lumière, 55
- Lune, 14, 20, 66, 72
- Mach, 64
- machine, voir deus ex machina, 11, 23, 24, 32, 80, 83
 - de Turing, 24
- macroscopique, voir instrument, objet, système
- magie, voir mécanisme, 71, 98
- Malebranche, voir occasionnalisme
- Malus, voir loi
- marée, voir énergie
- Margenau, 81
- matérialisme, 5, 67, 69
- mathématique, voir mécanisation, 44, 69, 98
- matière, voir complément, échange, monde, structure, 6, 20, 26, 39, 67–69, 73, 76, 80, 81
 - condensée, 55
 - ordinaire, 53
- Maupertuis, 20
- Maxwell, voir démon, équation, 22, 36
- mean max, 82–84
- mécanique, voir action, complément, temps-espace, 6, 20, 43, 45, 74, 78, 79, 83, 86, 87

- des milieux continus, 80
 - stochastique, 64, 84
- mécanisation, 83
- mécanisme, 5, 16, 36, 71, 78
 - caché, 42, 80
 - de Münchhausen, 28
 - magique, 79
 - neural, 5, 67
 - ultime, 78
- mélange, 33, 53, 84
 - d'états, 74
 - de cartes, 26
- mémoire, voir loi, 5, 31, 36, 71, 82
- mental, voir psychique, calcul, 67, 78
- menteur, voir paradoxe
- mesure, voir problème, théorie, 15, 23, 24, 53, 68, 96, 98–100
 - continue, 27, 28, 38
 - continue d'énergie, 38
 - de Dirac, 28
 - en énergie, 20
- méta-
 - expérience, 31, 32, 72
 - loi, 25
 - observateur, 31, 72
- métaphysique, 69
- Michelson, voir expérience
- Möbius, voir ruban
- modèle
 - auto-similaire, 11
- modal, 74
- modèle, 25–27, 33, 34, 36, 40, 44–47, 98
 - auto-similaire, 63
 - complet, 36
 - d'exocytose, 80
 - d'expérience avec un sujet, 11
 - d'expérience de pile ou face, 44
 - d'objet macroscopique, 71
 - d'observation, 34
 - d'organisation, 31, 65, 83
 - de jeu, 82
 - de système et instrument corrélés, 34, 60
 - de type champ, 59
 - proie-prédateur, 33
 - quantique, 60
- monde, voir état, unité, 21, 31, 43, 60, 65, 67–69, 72, 84, 98, 99
 - de Laplace, 34, 40
 - matériel, 67
 - pythagoricien, 69
 - réel, 10, 67
- monisme, 67, 69
- Morgenstern, voir théorème
- Morley, voir expérience
- mort, 55, 74
- Münchhausen, voir mécanisme, 14, 17, 20
- musique, voir instrument, 7, 11
- Nature, 1, 13, 20, 21, 69, 74, 79
- nature, 12, 44
- naturel, 7, 11, 64
- neural, voir mécanisme
- neurologie, voir paradoxe, 5, 6, 78, 80
- neurone, 78
- neurotransmetteur, 5
- Newton, 17
- noir, voir corps
- nom, voir choix, 96, 97
- non-linéarité, 64
- non-localité, 6, 43, 64, 65, 68, 96
- obéir, 6, 73
- objecter, 79, 81
- objectif, 10, 40, 43
- objectivement, voir correspondre, expliquer, 39, 52, 53, 85
- objet, voir ensemble, modèle, 12, 16, 39, 43, 54, 60, 67–69, 71, 75, 99
 - isolé, 17, 18
 - localisé, 20
 - macroscopique, 16
 - massif, 81
- observable, 51, 63, 64
- observateur, voir esprit, méta-, 10, 11, 21, 31, 44, 60, 65, 66, 68, 69,

- 72, 73, 75, 76, 81–83, 85, 86
 concurrent, 28, 34, 84, 85
 humain, 16
 observer, 1, voir base, effet, modèle, 9,
 10, 12, 22, 28, 34, 36, 37, 40,
 43, 45, 46, 48, 54, 64, 65, 68,
 73, 79–81, 86, 97, 98
 irréversiblement, 97
 occasionnalisme, 69
 Ockham, 12
 œil, 69, 86
 œuf, voir problème de la poule et l'–, 68
 onde, voir dualité, fonction, principe on-
 dulatoire, théorie de l'– pilote,
 38, 39, 54
 électromagnétique, 64
 cohérente, 55, 64
 de de Broglie, 54, 80, 81
 pilote, 64
 opération, 36, 63, 86
 optimal, voir contrôle stochastique, choix,
 principe optimiste, politique, 82,
 84
 organe, 31
 de l'intelligence, 83
 organiser, voir modèle, problème, sys-
 tème, 31–34, 73, 86
 orthodoxe, 47, 64, 80
 panpsychisme, 68, 69
 panthéisme, 69
 paradoxe, 6, 7, 9
 arithmétique, 84
 d'identité, 43, 71
 de Bertrand, 27, 59
 de Cantor, 7
 de Gibbs, 40, 42, 43, 54, 59, 71
 de l'âne de Buridan, 44
 de la neurologie, 5, 82
 de Popper, 67
 de Russell, 7
 de Zénon, 13, 33
 des probabilités, 27
 du cerveau, 36
 du chat de Schrödinger, 5, 55
 du démon de Maxwell, 5, 54
 du menteur, 72
 du sujet, 5, 68
 paramètre, 28, 33
 psychique, 83
 supplémentaire, 22, 28, 39, 42, 96,
 99
 supplémentaire local, 42, 59
 supplémentaire non local, 42, 64
 particule, voir dualité onde- –, énergie,
 ensemble, quantité de mouve-
 ment, 20, 24, 38, 39, 42, 43,
 54, 58, 64, 73, 79, 98
 chargée, 38
 indiscernable, 71
 intriquée, 98
 partie, voir équation aux dérivées par-
 tielles, ensemble, 9, 10, 26, 31,
 33, 36, 39, 60, 61, 63, 67, 84
 de cerveau, 65
 entière, 40
 Pauli, 58
 Peano, 7
 peau de chagrin, 40
 perpétuel, 37
 perturber, 26, 34, 36, 76
 phase, voir indétermination, invariant, 52,
 53, 55, 59, 80, 95
 photon, 20, 24, 37–39, 42, 54, 55, 58,
 71, 98, 99
 absorbé, 54
 intriqué, 100
 polarisé, 99
 physique, voir chimie, choix, science, sens,
 théorie, unité, utilité, 5, 6, 38,
 79–81, 83
 causale, 83
 classique, 45
 constructive, 87
 de la conscience, 86, 87
 macroscopique, 22
 quantique, 5, 68, 71, 73, 79–82, 87,
 96, 98–100

- statistique, 5, 81, 82
- Picard, 16
- pilote, voir onde, 44, 78
- Planck, voir constante, loi
- Podolski, 98
- polariser, voir expérience, lumière, photon, 42, 55, 56, 59, 98, 99
- politique, 82
 - non optimale, 82
- Popper, voir paradoxe, 67
- Post, voir théorème
- pragmatisme, 68, 99
- précision, 34, 39, 52, 60
- prédire, 10, 16, 33, 44, 45, 75, 96
 - en images, 20
 - statistiquement, 33
- préparer, voir activité préparatoire, 10–12, 16, 22, 23, 26, 31, 32, 42, 52, 69, 72, 78, 84
 - complètement, 16, 22, 25, 32, 46, 55
 - incomplètement, 52, 56
- prescience, 75
- pression, voir champ, 23, 55
- principe, 6, 12, 43, 83, 97
 - cybernétique, 10, 21, 34, 42, 55, 69, 72, 74, 81–84
 - d'évolution, 46, 47, 73
 - d'invariance galiléenne, 18
 - de causalité, 16, 39, 72
 - de causalité locale, 18
 - de complémentarité, 67
 - de Fermat, 21, 39, 64
 - de Huygens, 64
 - de moindre action, 20, 21, 35, 44, 64, 84
 - de réduction, 46, 47, 64, 73, 79
 - de raison insuffisante, 44
 - de raison suffisante, 16
 - ondulatoire, 38
 - optimiste, 20
 - psychique, 86
 - radiatif, 38
 - second – de la thermodynamique, 25, 26, 28, 35, 37
- probabilité, voir amplitude, logique, loi, paradoxe, théorie, 15, 23, 25, 27, 28, 36, 46, 48, 51–53, 55, 56, 68, 78, 79, 82, 87
 - d'état, 26
 - d'erreur, 23, 24
 - d'exocytose, 78, 79
 - de choix, 44, 84
 - de présence, 26, 28, 71
 - de probabilité, 24, 27, 28
 - de résultat, 27, 47, 48, 51, 52, 57–59, 64, 79, 84
 - de transmission, 54, 80
 - entière, 24, 56
- problème
 - de choix, 44
- problème, 6, 74, 96, 97
 - d'arrêt, 33
 - d'organisation, 85
 - de changement de référence, 78
 - de choix, 44, 72, 82, 84, 86
 - de contrôle, 82
 - de contrôle stochastique, 82, 86
 - de la poule et l'œuf, 72, 76
 - dur, 5, 84
 - facile, 84
 - technique, 6
- processus, voir arrêt, 60
 - d'évolution ou invention, 83
 - de fabrication, 83
 - de Wigner, 78
 - I (de réduction), 65
 - stochastique, 85, 87
- produire, 11, 13, 36, 40, 42, 55, 65, 75
- produit, 5
 - hermitien, 96
- profondeur logique, 12, 82
- programme, voir arrêt, choix, 11, 12
 - court, 13
 - de choix, 82
 - de Hilbert, 12, 13
 - génétique, 72

- universel, 13, 44, 72, 82
- propriété, 15, 39, 43, 73, 74
 - contrôlable, 22
 - moyennes, 23
- Protagoras, 68
- psychique, voir fonction, paramètre, principe, 81–83
- psychophysique, 44, 68
- pur esprit, 81, 83
- Pythagore, 87
- pythagoricien, voir monde
- quantification, voir règle, seconde
- quantique, voir calcul, cohérence, complet, comportement, effet, logique, loi, mécanique, modèle, physique, saut, théorie, théorème, 6, 48, 74, 78, 81, 82, 99
- quantité de mouvement, 15, 17, 18, 49
 - de particule, 39
- réduire, 12
- radioactif, 20, 27, 34, 38, 51
- raison, voir principe, 56
 - insuffisante, 59, 71, 84
- raisonnement, 10, 11, 13
- rapport signal sur bruit, 23, 37
- rayon, 38–40, 55
 - de staticité, 81
 - extraordinaire, 55
 - ordinaire, 55
- rayonnement thermique, 37, 38
- réaction
 - biochimique, 80
- réagir, 75
- réalité, 10, 12, 24, 39, 42, 43, 46, 64, 67, 68, 80, 82, 85, 97
 - codée, 11
 - empirique, 10
 - localisée, 18
 - seeéchange, 4
- reconstruire, 5, 72
- récurrance, voir axiome, 9, 11
- réursion, 72
- redondance, 12, 24
- réduire, voir effet de réduction quantique, principe, 12, 22, 24, 46, 47, 65, 69, 79, 81, 97
 - complètement, 59
- réel, voir monde, 30, 36, 51, 52, 69, 85, 87
- référentiel, 14
 - galiléen, 17, 18
- réfrigérateur, 36
- règle
 - d'évolution réversible, 97
 - graduée, 6
- représenter, voir théorème, 12, 15, 16, 26, 73, 76
 - en images, 45, 71
- reproduire, 72, 96
- ressource, 12, 13, 16, 24, 31, 32, 42, 71, 82–84, 97
- restaurer, 32, 37, 75
- résultat, voir composante, ensemble, probabilité, 10, 11, 13, 16, 23, 24, 27, 28, 31, 34, 42, 46–48, 52, 53, 57, 65, 71, 72, 75, 79, 96, 98–100
 - équiprobable, 24, 28
 - aléatoire, 22, 72
 - binaire, 45, 46, 76, 85
- réversible, voir calcul, comprimer, évoluer, intriquer, 17, 36, 40, 47
- Riesz, 65
- Roger, 100
- Römer, 18
- Rosen, 98
- routine, 76
- ruban
 - de Möbius, 68
- Russell, voir paradoxe
- Rutherford, voir atome, 38
- Sabine, 42
- saut, 60
 - quantique, 47, 51, 61, 63

- Schrödinger, voir chat, équation, 10, 26, 51, 54, 60, 67–69, 74, 85
- science, 5, 6, 67, 68, 83
- scientifique, 6, 69
- seconde quantification, 64, 71, 87
- semi-conducteur, 24, 55
- sens physique, 20
- sérendipité, 83
- Shannon, voir entropie
- Shepard, 40
- signal, voir rapport signal sur –, 79
- Soleil, 15, 24, 32, 35, 38, 75
- solipsisme, 68, 81, 84
convivial, 85
- sommeil, 86
- spécialisation, 6, 31
- spectre, 46
d'énergie, 54, 55, 81
- Spinoza, 16, 69
- spirale, 69, 72
- Sprecker, 96
- Stapp, 81
- statistique, voir causalité, déterminer, loi, physique, prédire, 23, 24, 28, 31, 32, 53, 57, 61, 79, 80
- stochastique, voir contrôle, jeu, mécanique, processus, théorie
- structure, 6, 40, 80, 83
algébrique, 83
de la matière, 99
du jeu d'échecs, 83
en chevron, 83
nucléaire, 43
paracrystalline, 80
ternaire, 69, 84
- subjectif, voir trace, 39, 67
- sujet, voir expérience, paradoxe, trace, 5, 10, 67–69, 72, 73, 75, 76, 80, 83, 84
- superconducteur, 6, 55, 59
- superfluide, 55, 64, 65
- symbole, 1, voir choix, ensemble, 7, 10, 62, 67, 69, 71, 85
supplémentaire, 9
- symétrie, voir boîte, image, 12, 28, 36, 40, 44, 56, 58, 68
- synapse, 80, 81
- système
seemodèle, 4
- système, 15, 26, 32, 34, 35, 48, 53, 54, 60–63, 65, 73, 74
à trois corps, 33
composé, 36, 60
de règles, 43
dynamique, 33, 76
isolé, 25, 26, 28, 35, 47, 49
macroscopique, 60
microscopique, 60
nerveux, 78
organisé, 28, 31, 32, 42
quasi-classique, 80
vivant, 35, 69
- taux de change, 26, 83
- technique, voir problème, 6, 72, 86, 100
- technoscience, 83
- température, 26–28, 34, 38, 40
normale, 23, 24, 55
nulle, 35
- temps-espace, voir objectivité, 12, 14, 18, 20, 65, 81, 87
dénombrable, 83, 87
- ternaire, voir structure
- Terre, 20, 23, 72
- théorème
de Bayes, 27
- théorie
de la turbulence, 33
- théorème
d'équipartition, 26
d'arrêt indécidable, 12, 14
d'exclusion, 58
d'incomplétude logique, 12, 44, 67
de Bell, 42, 64
de Cauchy, 16, 47
de codiagonalisation, 50, 53
de complétude quantique, 96
de conservation d'énergie, 17

- de diagonalisation, 46, 50
- de l'énergie cinétique, 17
- de Post, 43
- de représentation conforme, 65
- de von Neumann & Morgenstern, 82
- des grands nombres, 23, 28, 52
- H, 26, 53
- quantique, 74
- théorie, 25, 71, 84, 86
 - arithmétique, 7
 - cinétique des gaz, 22, 26, 27
 - déterministe, 96
 - de l'énaction, 69
 - de l'onde pilote, 64, 96
 - de la décohérence, 74
 - de la mesure, 23, 34, 39
 - de la relativité, 6, 20, 39, 42, 43, 64
 - de la relativité d'échelle, 65
 - de la relativité générale, 20, 65
 - de la superfluidité, 64
 - des ensembles, 7, 9
 - des intégrales de chemin, 64, 81
 - des jeux, 87
 - des probabilités, 65, 81, 84, 87
 - ontologique, 96
 - physique, 34
 - quantique, 45, 47, 64, 65, 69, 71, 74, 80, 81, 84, 86, 99, 100
 - stochastique, 81
- thermodynamique, voir température, 80
- thèse
 - d'Eccles, 78, 81
 - de Church & Turing, 11
- Thomson, 26
- tortue, 13
- toupie, 20, 22
- trace, 20
 - subjective, 40
- trace cérébrale, 76
- transistor, 99
- travail, 17, 36, 40
- tunnel, voir effet, 39
- turbulence, 33
 - seethéorie, 4
- Turing, voir machine, thèse, 11, 12, 74
- ultraviolet, 38
- unicité, 17
 - de l'esprit, 6, 68
- union, 67
- unité
 - monétaire, 78
 - physique, 5, 35
- univers, voir entropie, programme, 37, 65, 83
- utile, 10, 45, 66, 81, 86
- utiliser, 5, 6, 10, 11, 16, 17, 20, 23, 24, 31, 34, 36, 38, 40, 42, 45, 50, 55, 60, 69, 73, 80, 83, 84, 86, 98–100
- utilitarisme, voir théorie, 69
- utilité, 9, 21, 37, 40, 44, 69, 72, 80, 82–86
 - d'un choix, 82
 - de la physique, 12
 - des choses, 12
 - libre, 83
- valeur, 9, 20, 31, 36, 47, 80
 - de mesure, 23, 24, 34
 - de vérité, 11
 - propre, 46, 48
- variable, 14, 43, 54
 - aléatoire, 23, 27, 28
 - cachée, 96, 99
- vélo, 78
- vésicule, 5, 80
- veto, 10, 78
- vie, 1, voir problème, système, 37, 55, 73
- viol, 42, 59, 71, 79, 100
- Virenque, 75
- volontaire, 75, 76, 78
- volonté, voir effet, 5, 67, 78–80
- Volterra, 33
- von Neumann, voir coupure, théorème, 11, 47, 60, 65, 80, 82, 87, 96,

97

Wiener, 10, 84

Wigner, voir ami, processus, 73, 78, 81,
84

Wittgenstein, 69, 76

Zénon, voir effet, paradoxe

zip, 12

zombie, 55

Résumé

L'image du monde est comme un puzzle avec des trous, à cause de l'indétermination, et des pièces non placées, à cause de la conscience. Après avoir redéfini au minimum la réalité, l'expérience. . . on montre l'incohérence d'un modèle mécanique du monde. On présente la physique quantique, sans images mais avec un minimum d'algèbre. On propose deux théories complémentaires pour l'inconscience et la conscience : une quantique et une stochastique, la dernière utilisant une politique mean max avec restriction de ressources.

Mots clés : symbole, observation, réalité, expérience, sujet, objet, causalité, moindre action, démon de Maxwell, organisation, paradoxe de Gibbs, âne de Buridan, chat de Schrödinger, intrication, non-localité, décohérence, calcul, complémentarité, contrôle stochastique.