

**Thèse**

présentée à

**l'Université de Provence**

pour obtenir le grade de

**docteur ès sciences physiques**

par

**Pierre Albarède**

**SELF-ORGANIZATION IN THE  
3D WAKES OF BLUFF BODIES**

---

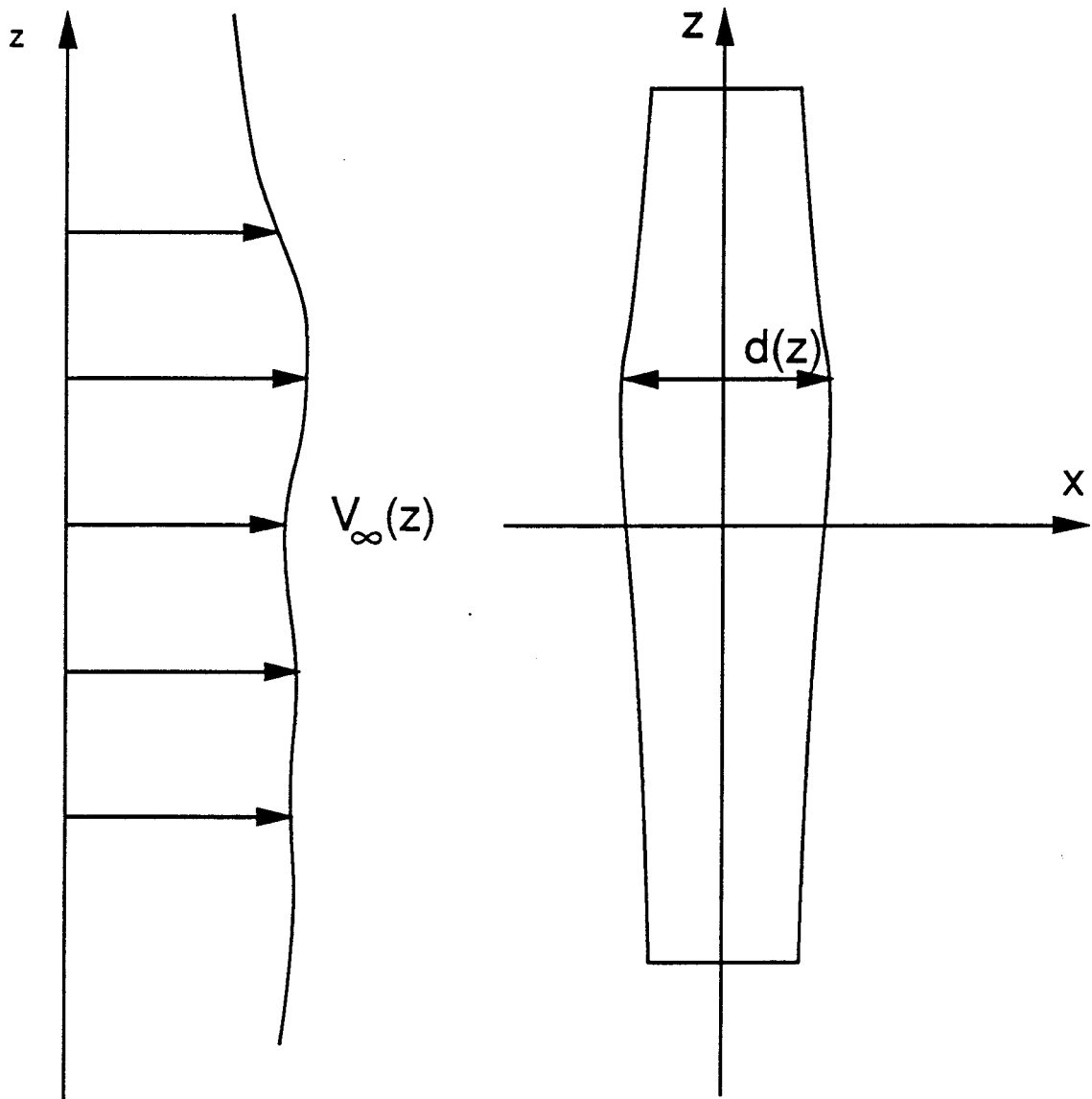
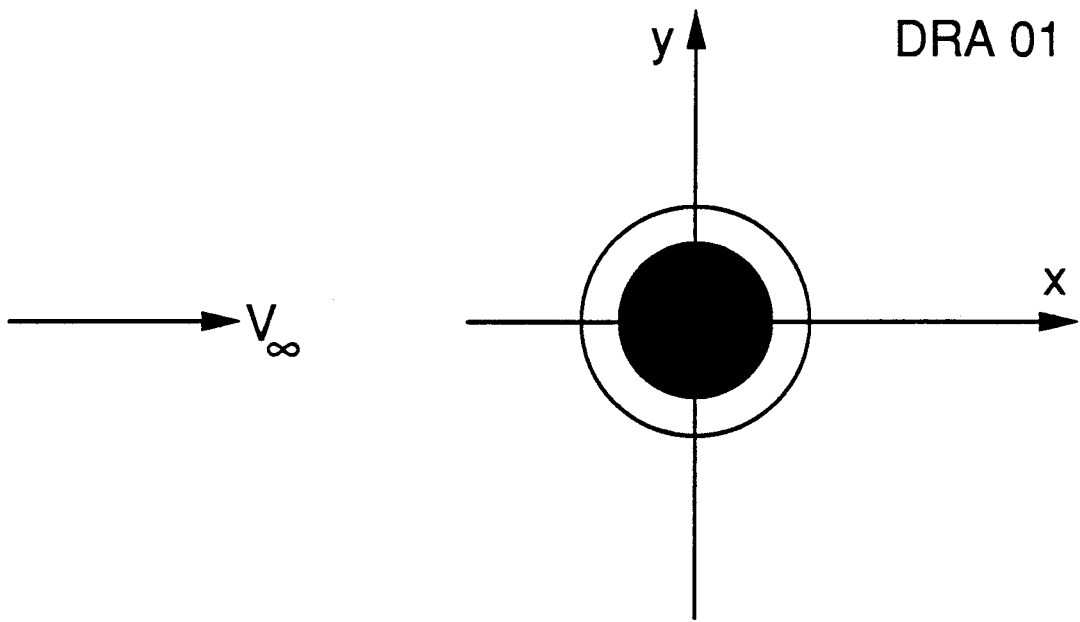
**AUTO-ORGANISATION DANS  
LE SILLAGE 3D D'UN  
OBSTACLE NON PROFILE**

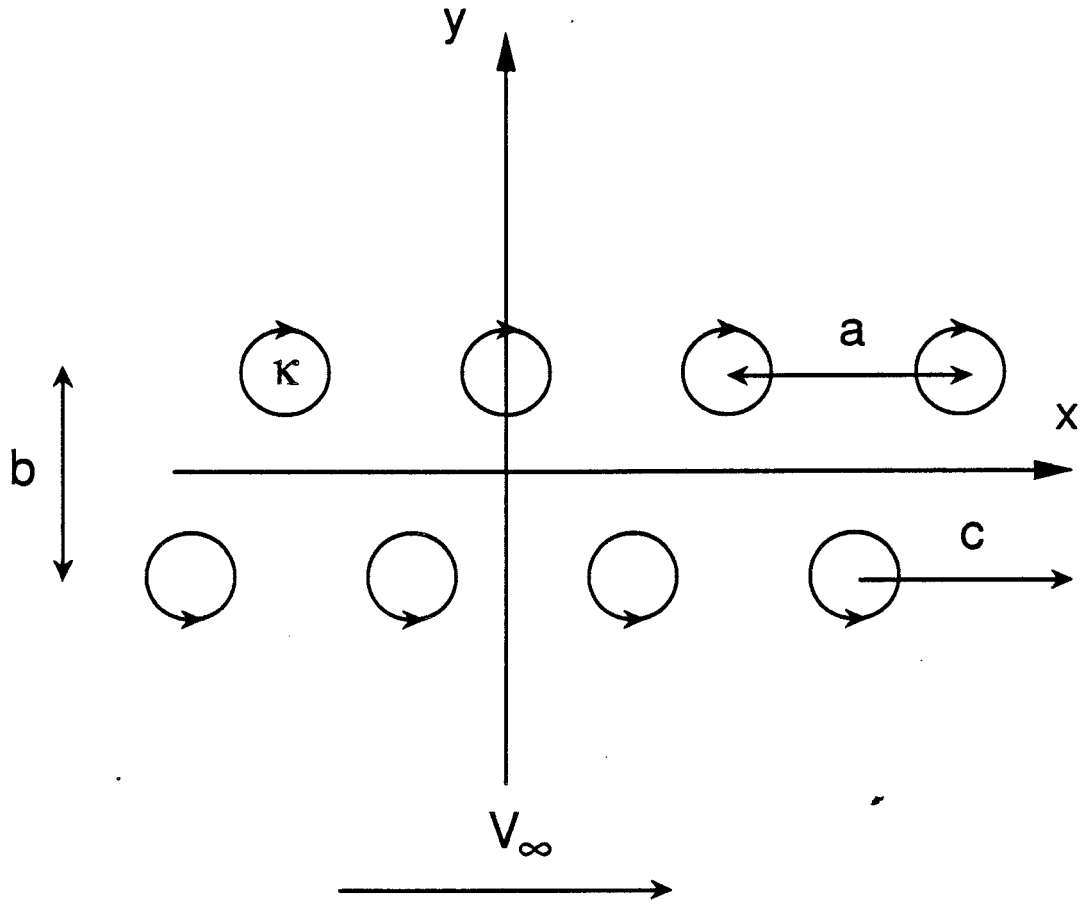
***tome 3: figures***

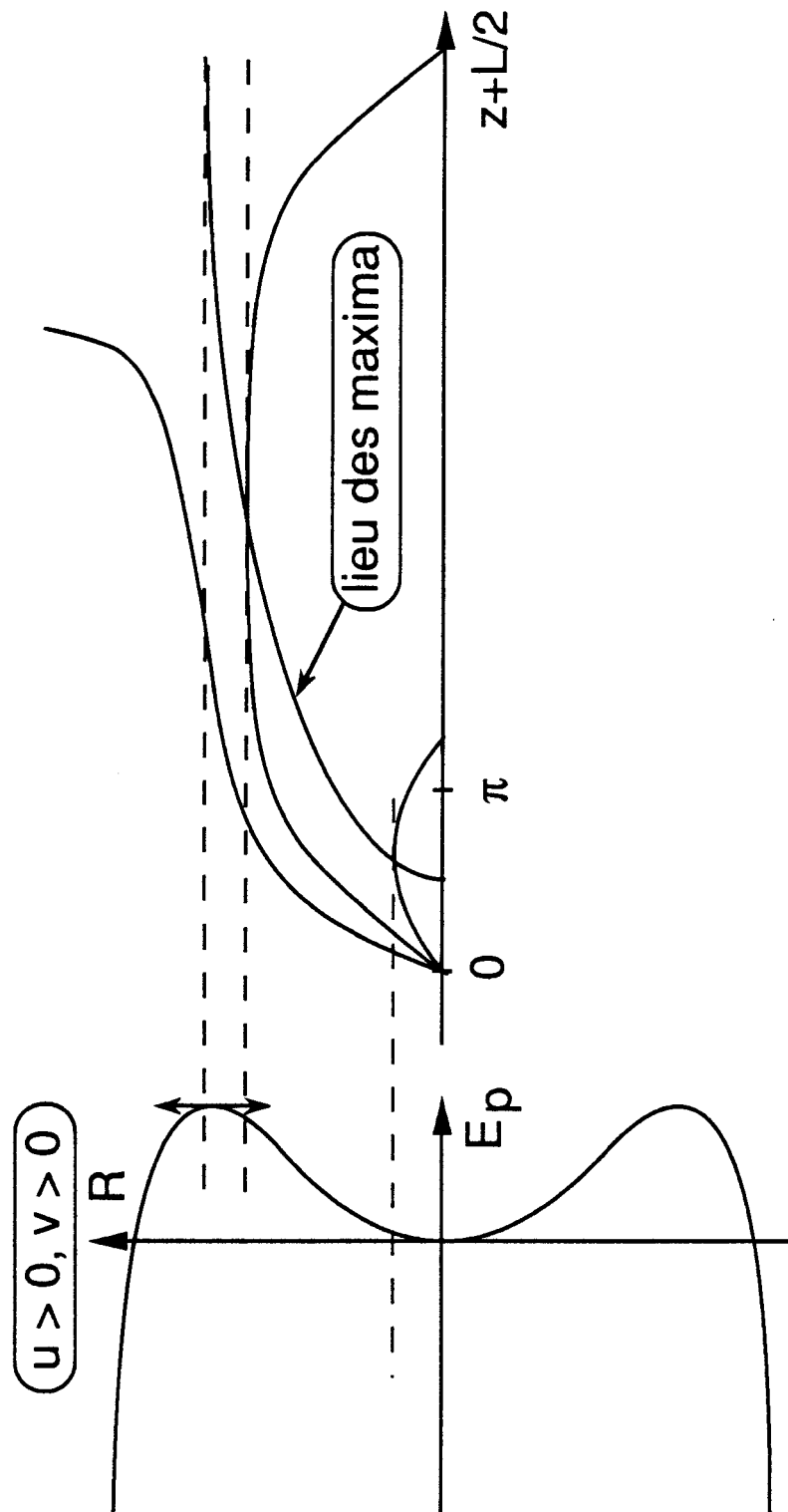
DRA 01 - 04  
EXP 01 - 19  
NUM 01 - 23  
HT 01 - 21

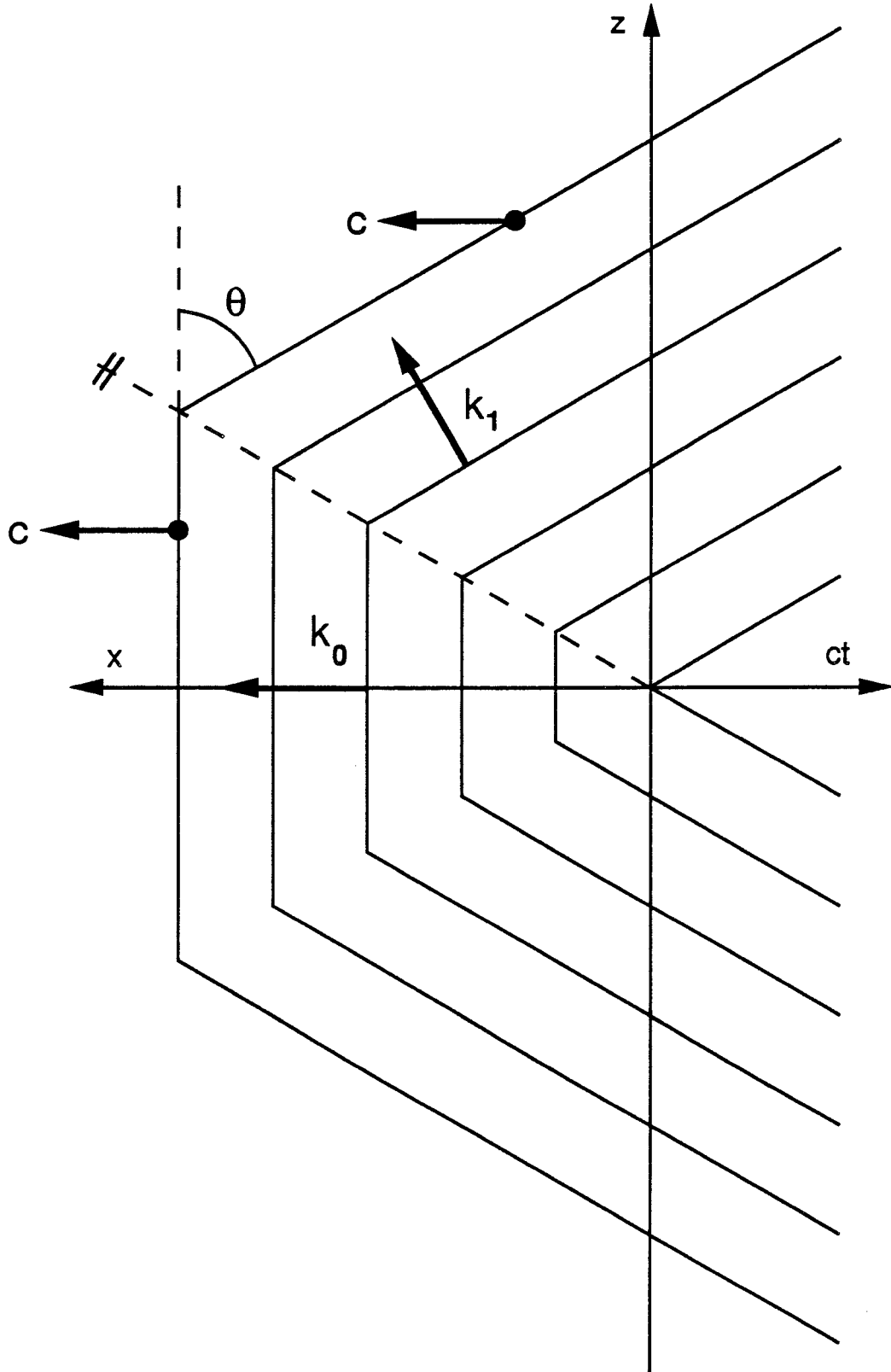


DRA 01











**EXP 01: critical Reynolds number  $Re_1$  versus  $L_R = L/d$**

Constant  $L = 10$  cm, variable  $d$ , end plate fetch  $F = 15$  cm, no blockage correction for  $Re$ . Data from Mathis (ref.).

**EXP 02, EXP 03:**

**critical Reynolds number  $Re_1$  versus  $q_1 R^2 = (\pi/(L/d))^2$**

Constant  $L = 10$  cm, variable  $d$ , end plate fetch  $F = 15$  cm, no blockage correction for  $Re$ . Data from Mathis (ref.).

---

**EXP 01: nombre de  $Re$  critique  $Re_1$  en fonction de  $L_R = L/d$**

Longueur constante  $L = 10$  cm,  $d$  variable, fetch des plaques de bout  $F = 15$  cm, pas de correction de l'effet de blocage sur  $Re$ . Données de Mathis (réf.).

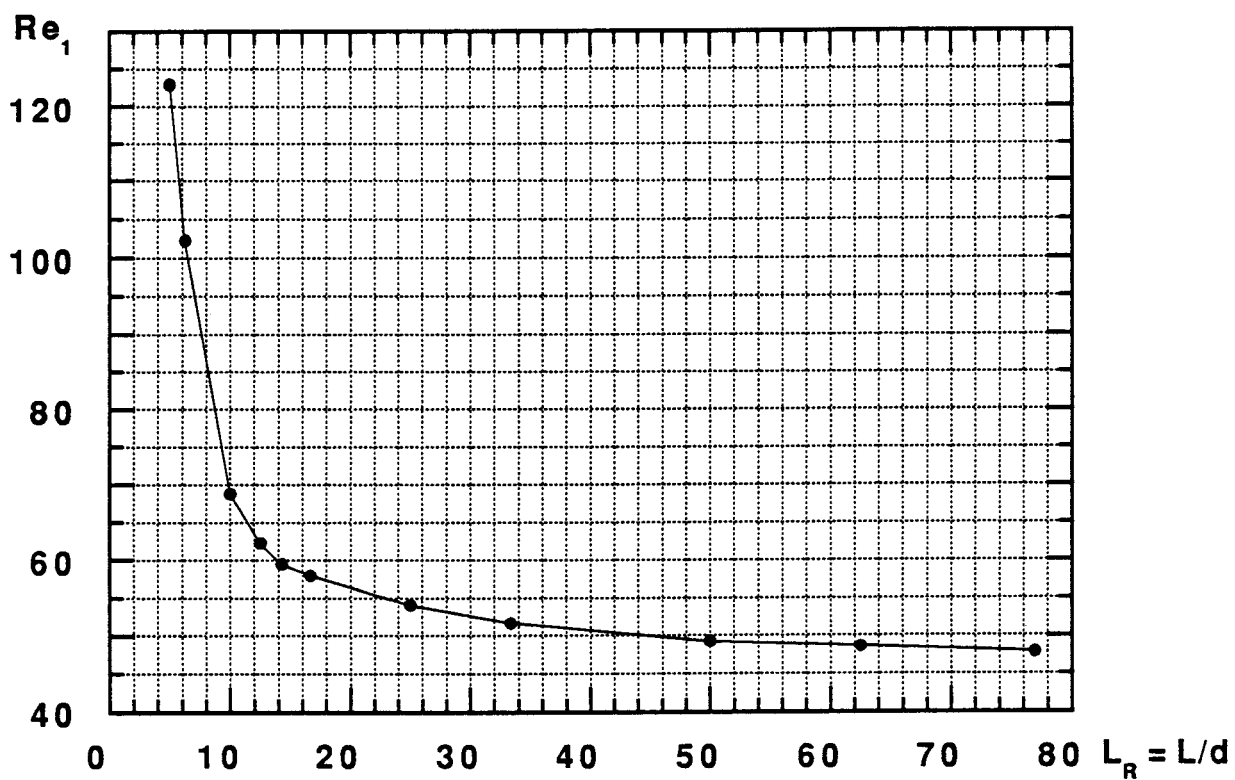
**EXP 02, EXP 03:**

**nombre de  $Re$  critique  $Re_1$  en fonction de  $q_1 R^2 = (\pi/(L/d))^2$**

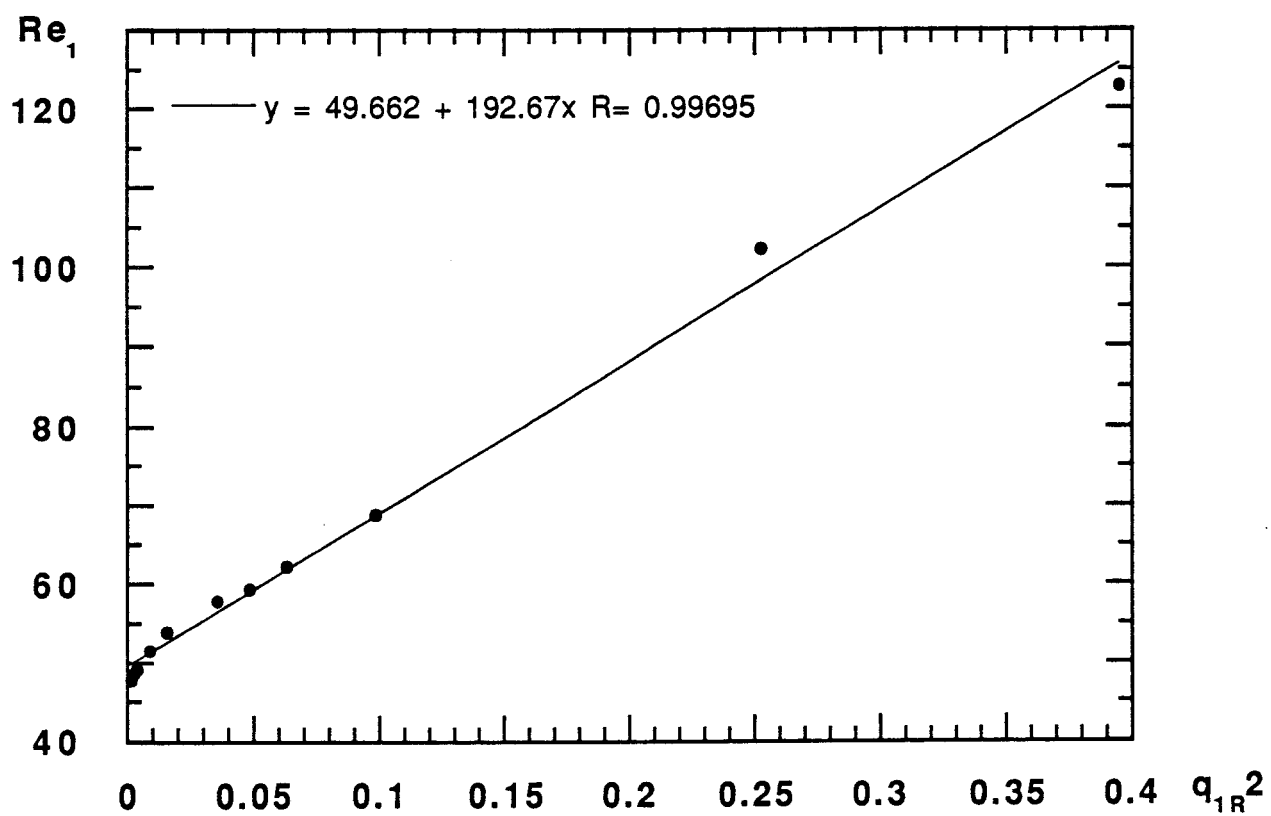
Longueur constante  $L = 10$  cm,  $d$  variable, fetch des plaques de bout  $F = 15$  cm, pas de correction de l'effet de blocage sur  $Re$ . Données de Mathis (réf.).



EXP 01



EXP 02



**EXP 04: critical Reynolds number  $Re_1$  versus  $q_1 R^2 = (\pi/(L/d))^2$**

Variable L, constant  $d = 1.6$  mm, end plate fetch  $F = 20$  mm.

Data from Albarède (28/2/90).

---

**EXP 04:**

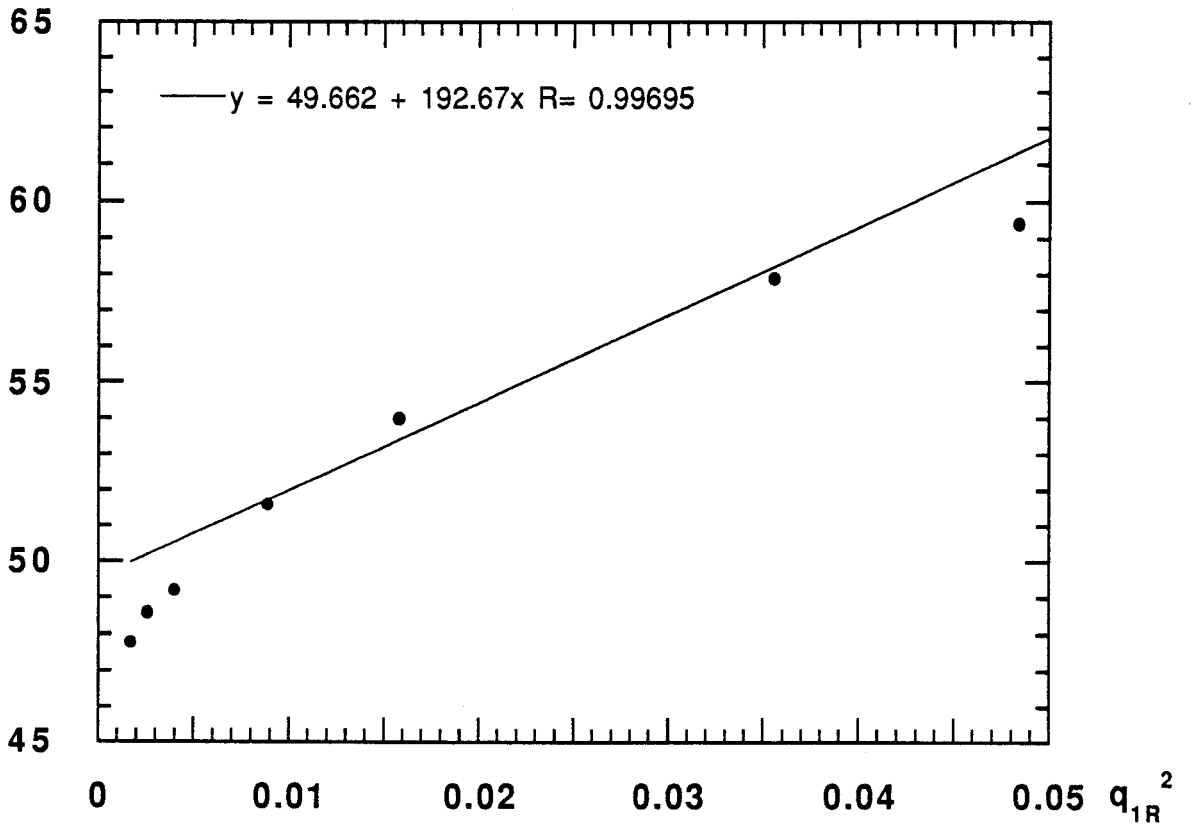
**nombre de Reynolds critique  $Re_1$  en fonction de  $q_1 R^2 = (\pi/(L/d))^2$**

L variable, constant  $d = 1.6$  mm, fetch des plaques de bout  $F = 20$  mm.

Données d'Albarède (28/2/90).

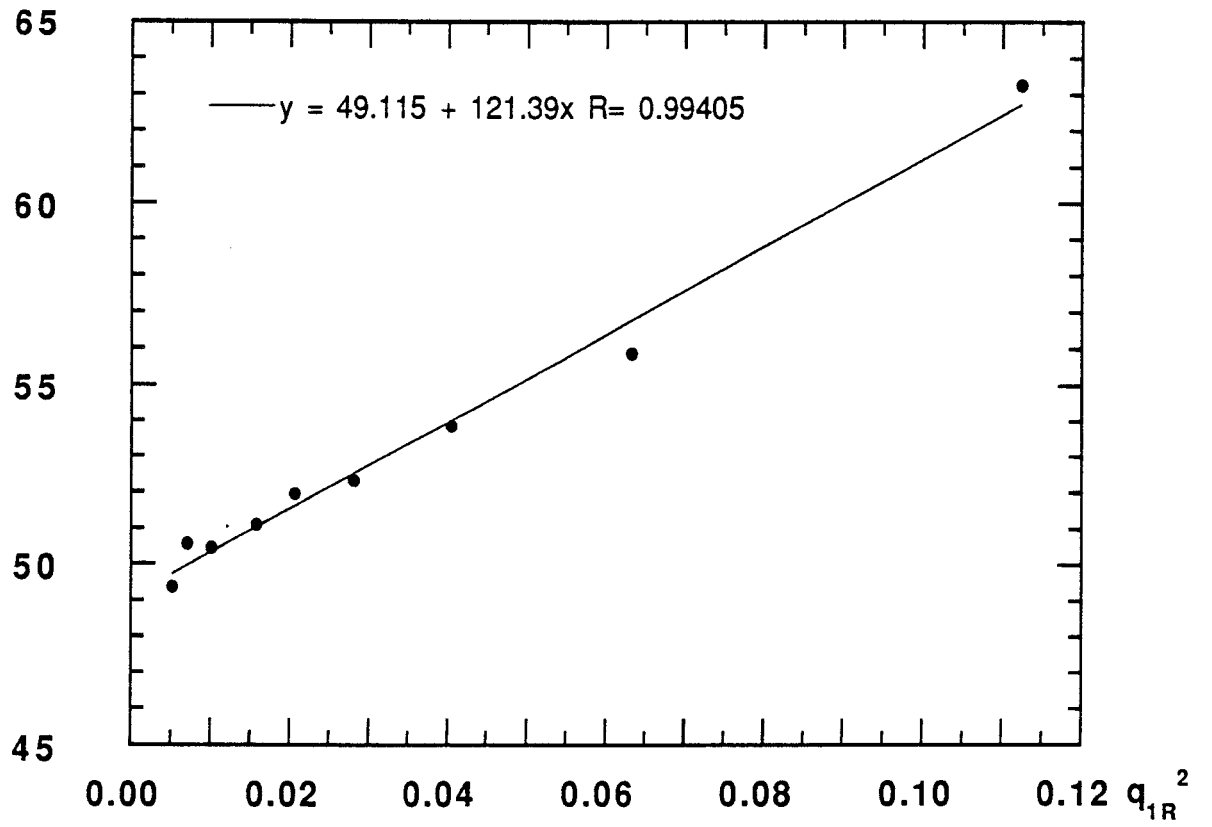
Re<sub>1</sub>

EXP 03



Re<sub>1</sub>

EXP 04



**EXP 05: critical Reynolds number  $Re_1$  versus  $q_1 R^2 = (\pi/(L/d))^2$**

Variable L, constant  $d = 1.6$  mm, end plate fetch  $F = 20$  mm. Here, each threshold is determined by extrapolating a (linear) energy-Re relation.

Data from Albarède (28/2/90).

**EXP 06, EXP 07, EXP 08:**

**time trajectories in the plane (energy, frequency),  
following an instant velocity shift**

Constant  $L = 10$  cm, variable  $d$ , end plate fetch  $F = 15$  cm.  $Re - Re_1 = 6.5, 8., 22.6,$   
 $Re_1 = 58, 69, 102$ . Data from Provansal (ref. 2).

---

**EXP 05:**

**nombre de Reynolds critique  $Re_1$  en fonction de  $q_1 R^2 = (\pi/(L/d))^2$**

L variable, constant  $d = 1.6$  mm, fetch des plaques de bout  $F = 20$  mm. Ici, chaque seuil est déterminé par l'extrapolation de la relation (linéaire) énergie-Re.

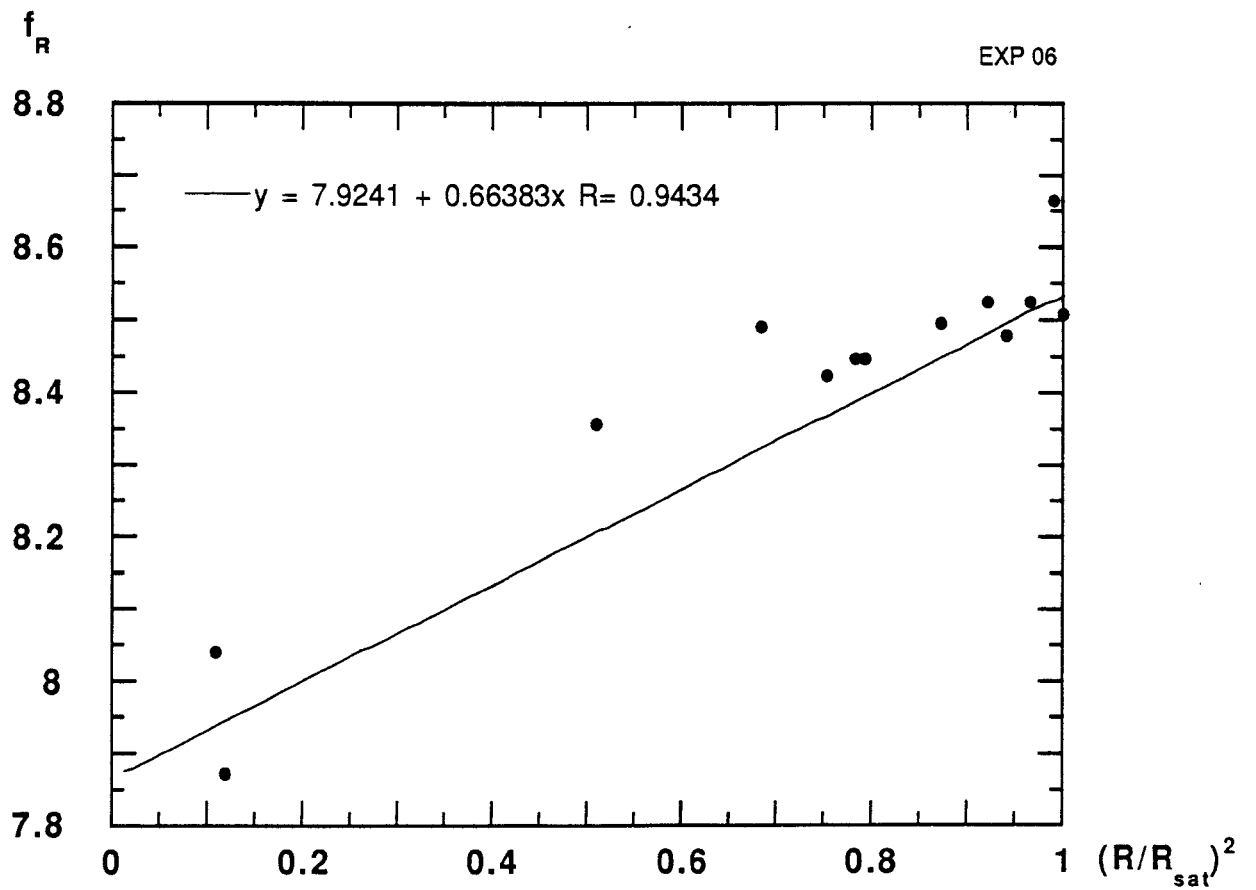
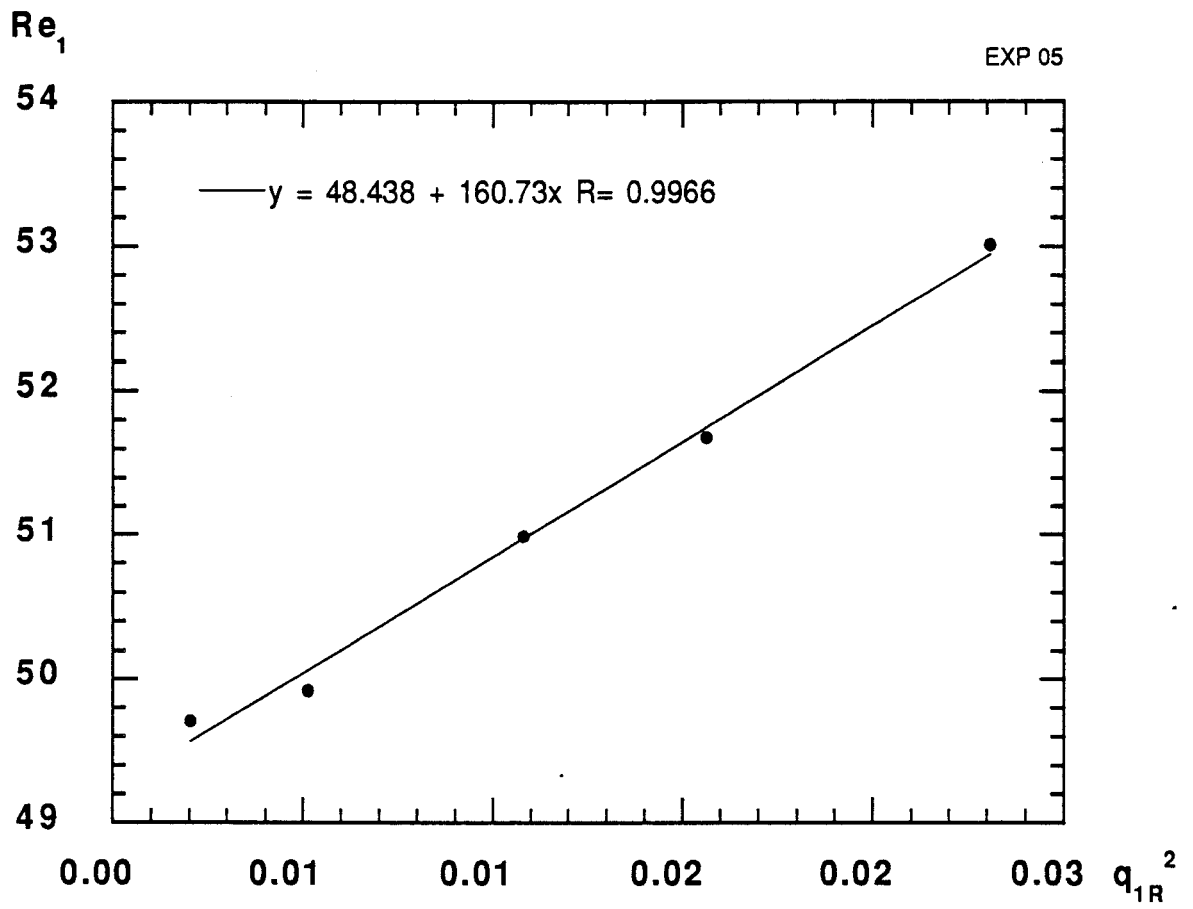
Données d'Albarède (28/2/90).

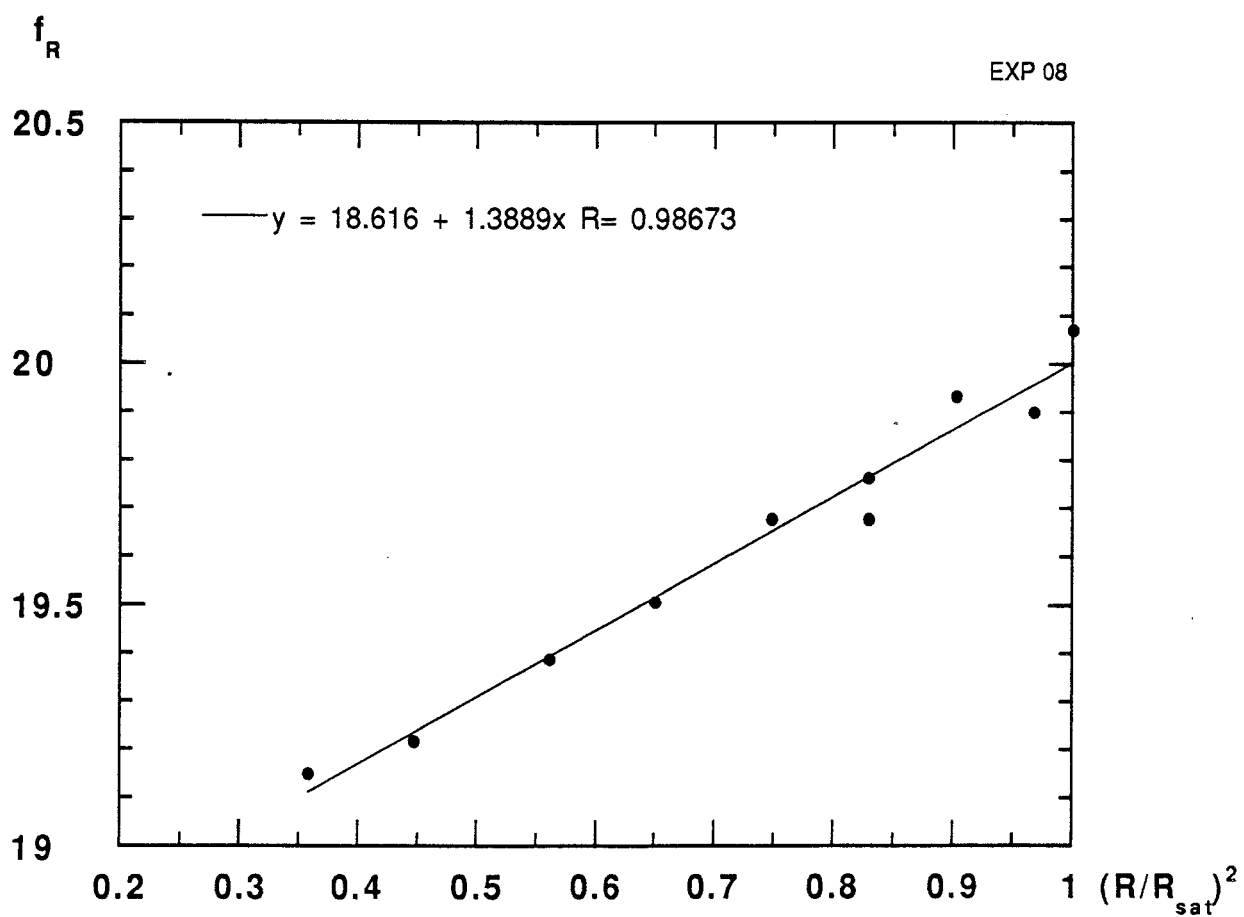
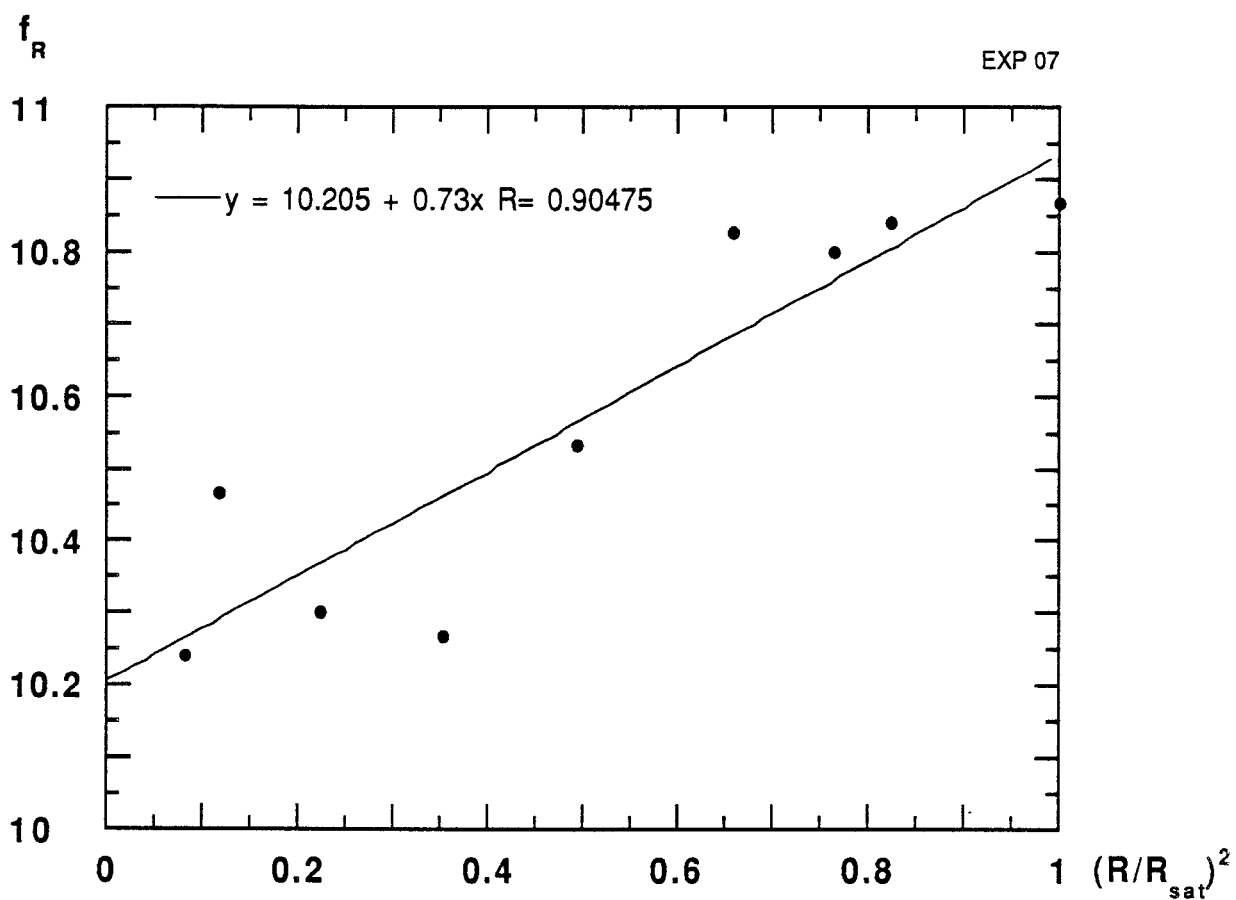
**EXP 06, EXP 07, EXP 08:**

**trajectoires temporelles dans le plan (énergie, fréquence),  
à la suite d'une variation instantanée de vitesse**

Longueur constante  $L = 10$  cm,  $d$  variable, fetch des plaques de bout  $F = 15$  cm.

$Re - Re_1 = 6.5, 8., 22.6, Re_1 = 58, 69, 102$ . Données de Provansal (réf. 2).







**EXP 09: the first mode quasi-linear frequency versus**

$$q_1 R^2 = (\pi/(L/d))^2 \text{ at } Re = 55$$

Variable L, constant d = 1.6 mm, end plate fetch F = 20 mm.

Data from Albarède (5/3/90).

**EXP 10: onset frequency versus  $q_1 R^2 = (\pi/(L/d))^2$**

Variable L, constant d = 1.6 mm, end plate fetch F = 20 mm. Each onset frequency is determined by extrapolating the frequency-Re relation.

Data from Albarède (7/3/90).

---

**EXP 09: fréquence quasi-linéaire du premier mode en fonction de**

$$q_1 R^2 = (\pi/(L/d))^2 \text{ à } Re = 55$$

L variable, constant d = 1.6 mm, fetch des plaques de bouts F = 20 mm.

Données d'Albarède (5/3/90).

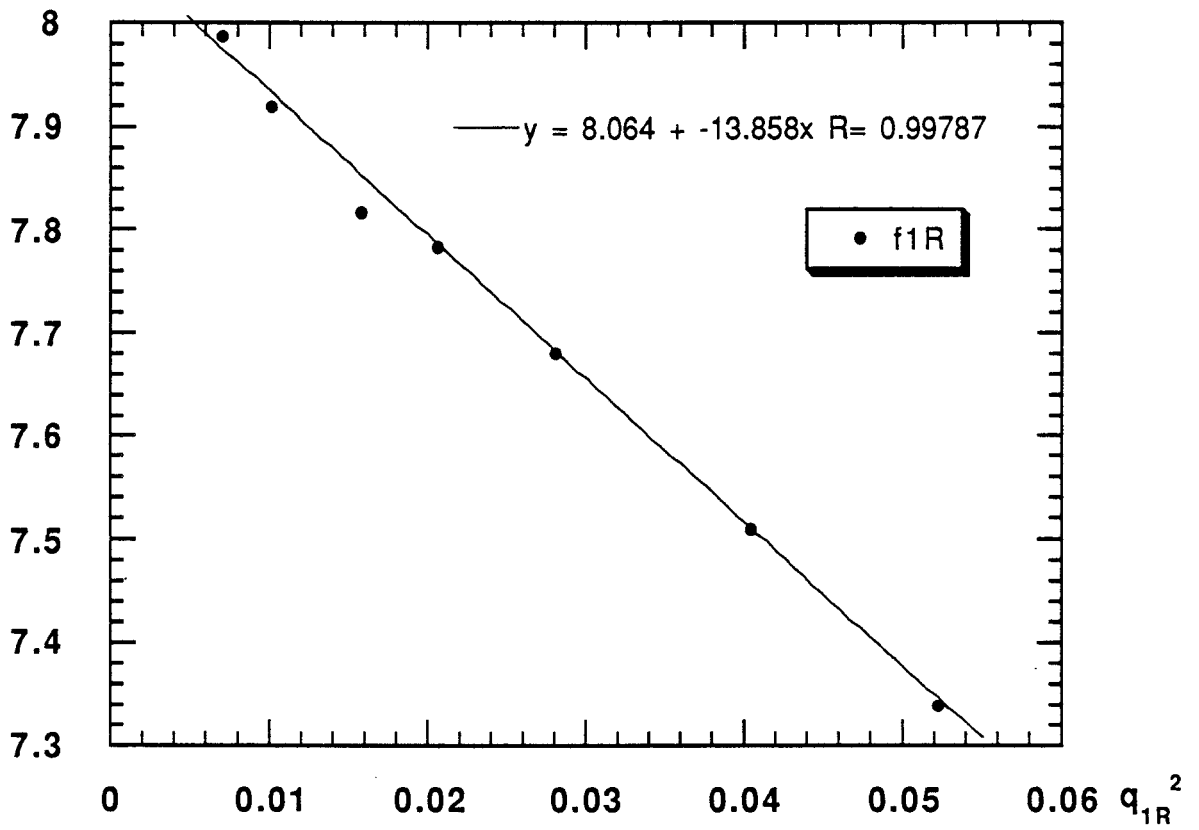
**EXP 10: fréquence au seuil en fonction de  $q_1 R^2 = (\pi/(L/d))^2$**

L variable, constant d = 1.6 mm, fetch des plaques de bouts F = 20 mm. Chaque fréquence au seuil est déterminée par extrapolation de la relation fréquence-Re.

Données d'Albarède (7/3/90).

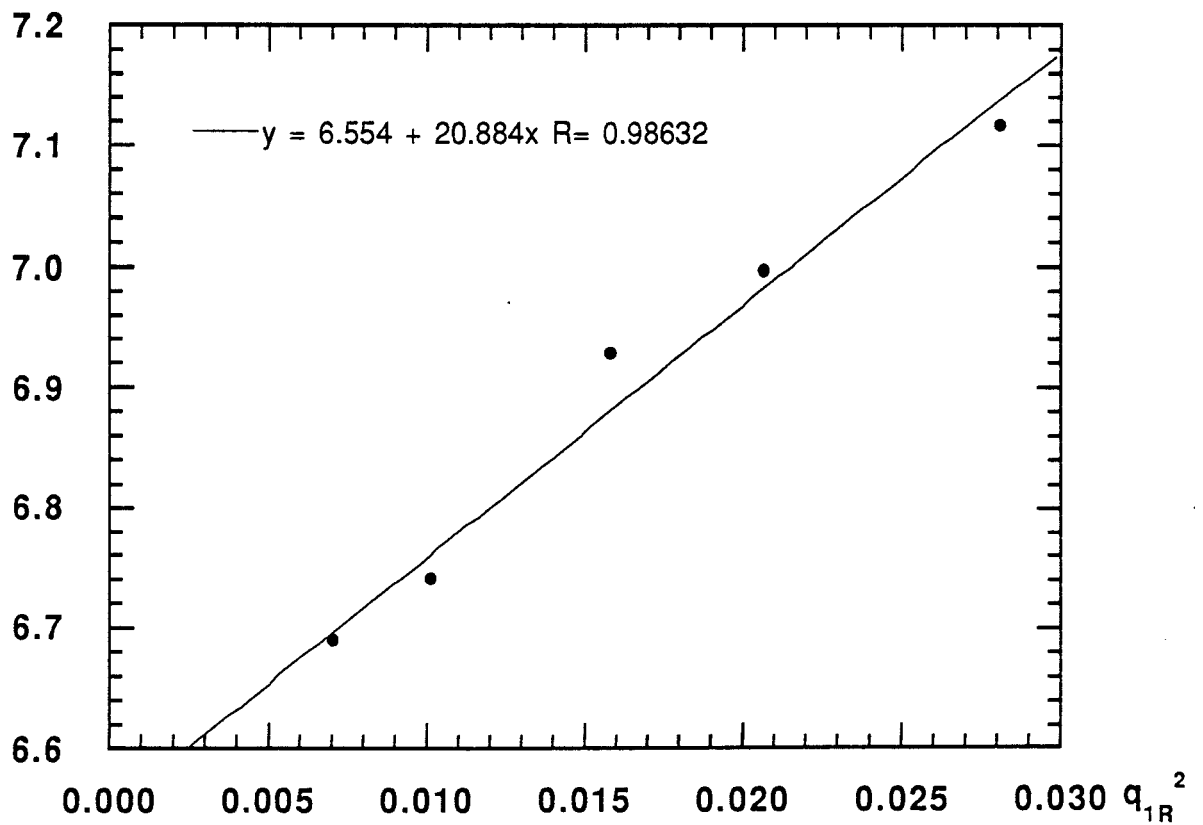


EXP 09



$f_{1cR}$

EXP 10



**EXP 11:  $\lambda_0 f_0^2$  versus Re at high aspect ratio  $L_R = L/d$**

This quantity is identified to  $4\pi \mu_r (c_1 - c_2)$ , through the symmetry law, in formula (4.2.\$6). Data from Williamson (ref. 2).

**EXP 12: first and second mode critical Reynolds numbers versus  $L_R = L/d$**

Constant  $L = 10$  cm, variable  $d$ , end plate fetch  $F = 15$  cm, no blockage correction for Re. Data from Mathis (ref.).

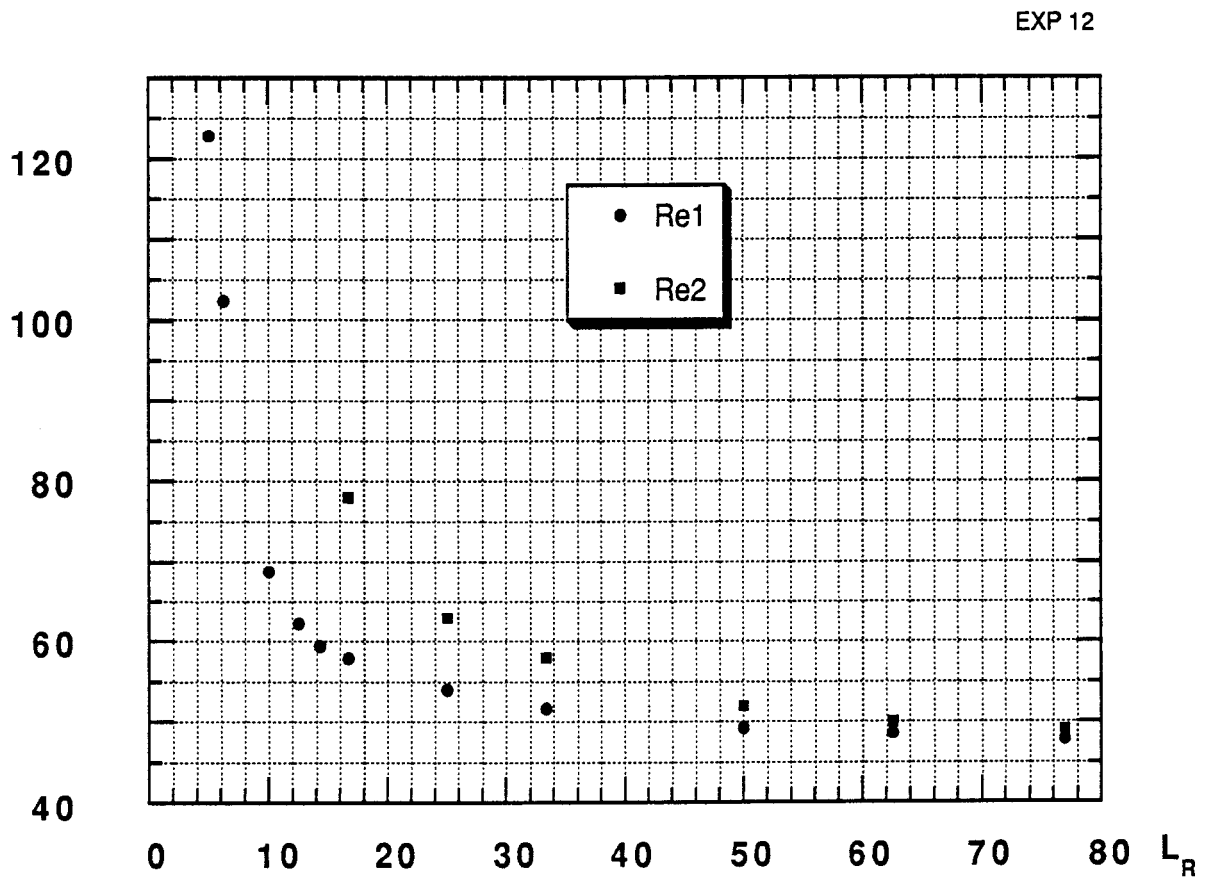
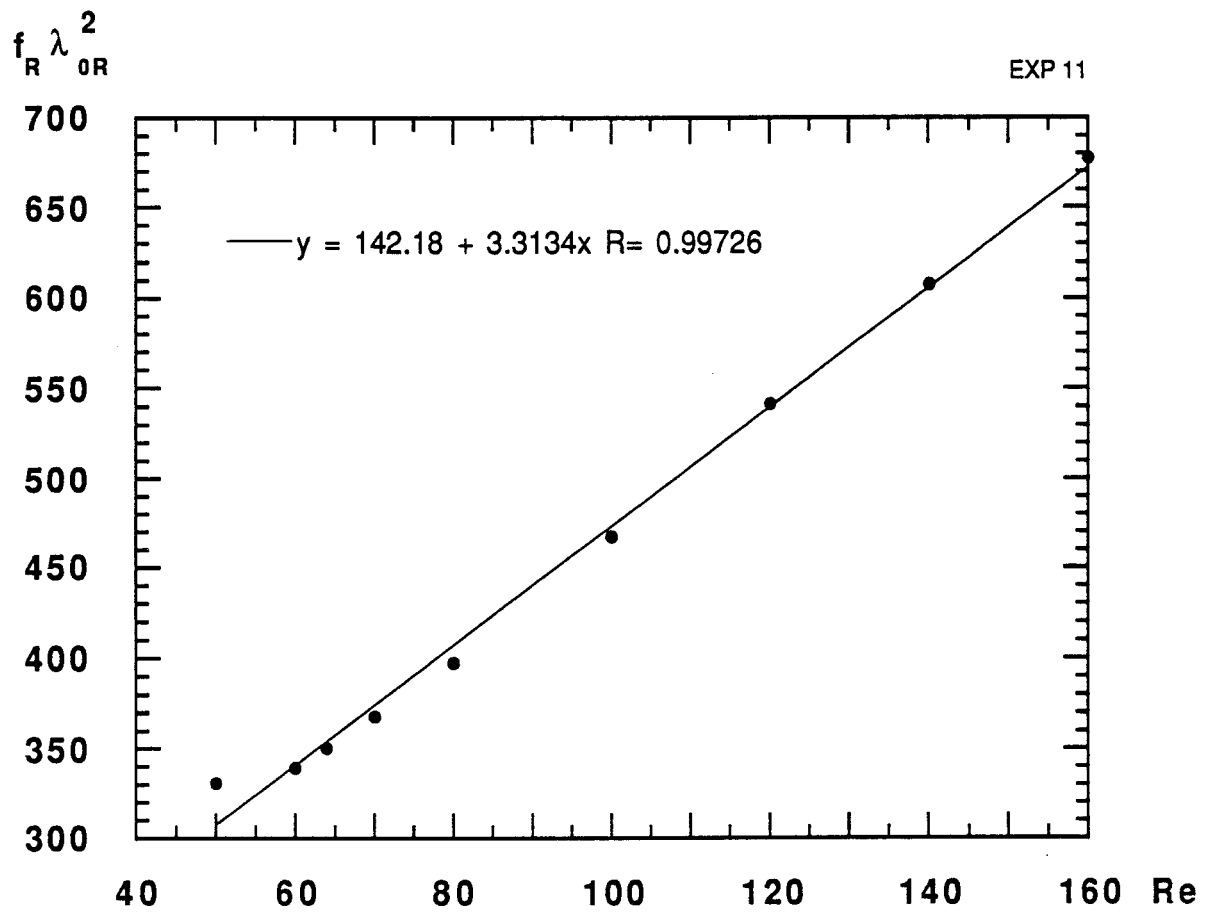
---

**EXP 11:  $\lambda_0 f_0^2$  en fonction de Re à grand rapport d'aspect  $L_R = L/d$**

Cette quantité est identifiée à  $4\pi \mu_r (c_1 - c_2)$ , par l'intermédiaire de la loi de symétrie, dans la formule (4.2.\$6). Données de Williamson (réf. 2).

**EXP 12: nombres de Reynolds critiques des premier et deuxième modes en fonction de  $L_R = L/d$**

Longueur constante  $L = 10$  cm,  $d$  variable, fetch des plaques de bout  $F = 15$  cm, pas de correction de l'effet de blocage sur Re. Données de Mathis (réf.).



**EXP 13: second mode critical Reynolds numbers versus**

$$q_2 R^2 = (2\pi/(L/d))^2$$

Constant  $L = 10$  cm, variable  $d$ , end plate fetch  $F = 15$  cm, no blockage correction for  $Re$ . Data from Mathis (ref.).

**EXP 14: first mode critical  $q_1 R^2 = (\pi/(L/d))^2$  and**

**second mode critical  $q_2 R^2 = (2\pi/(L/d))^2$  versus  $Re$**

The line labeled "expected" is the linear theory prediction (for both modes) with  $\mu_r = 32$  v and  $Re_0 = 48.4$  (drawn from EXP 05). The markers represent miscellaneous experimental results. Variable  $L$ , constant  $d = 1.6$  mm, end plate fetch  $F = 20$  mm. Data from Albarède (3, 6, 7/3/90).

---

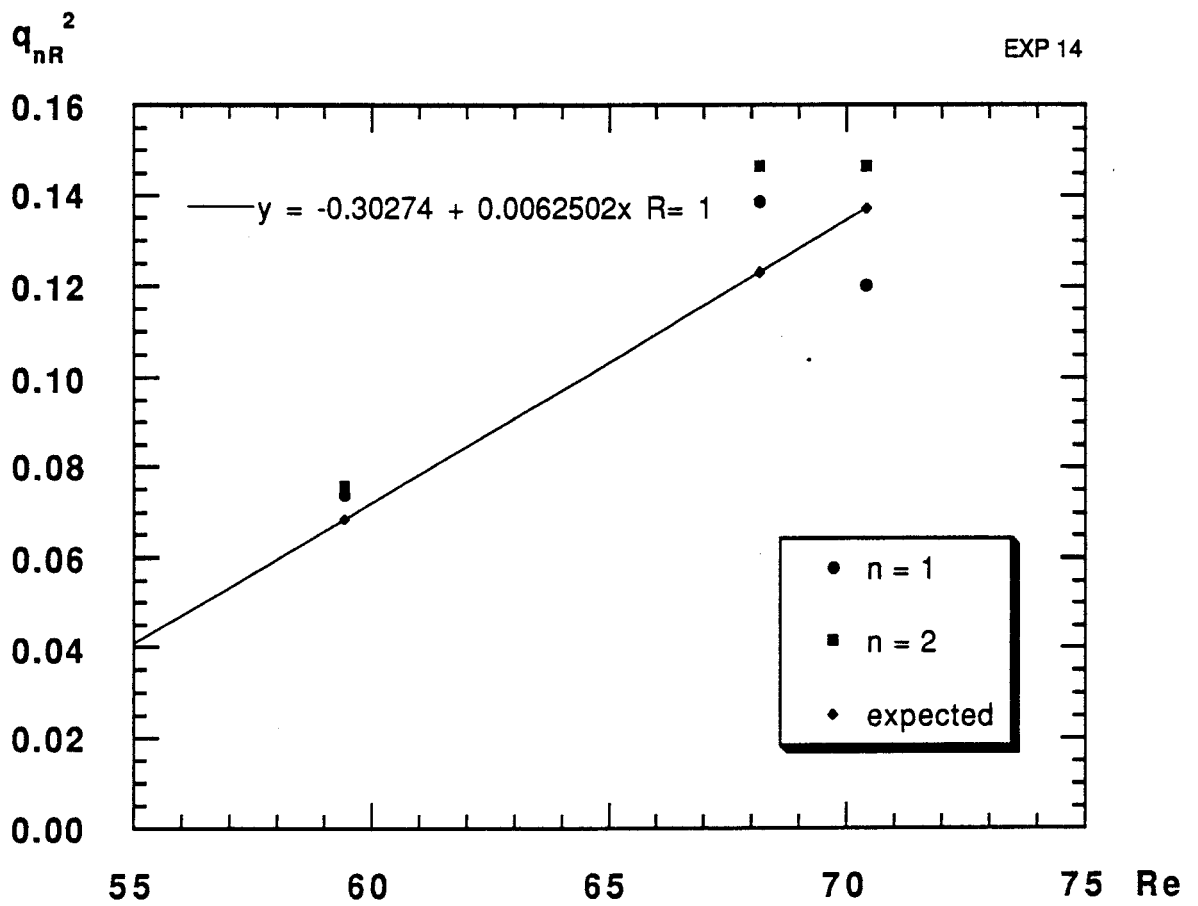
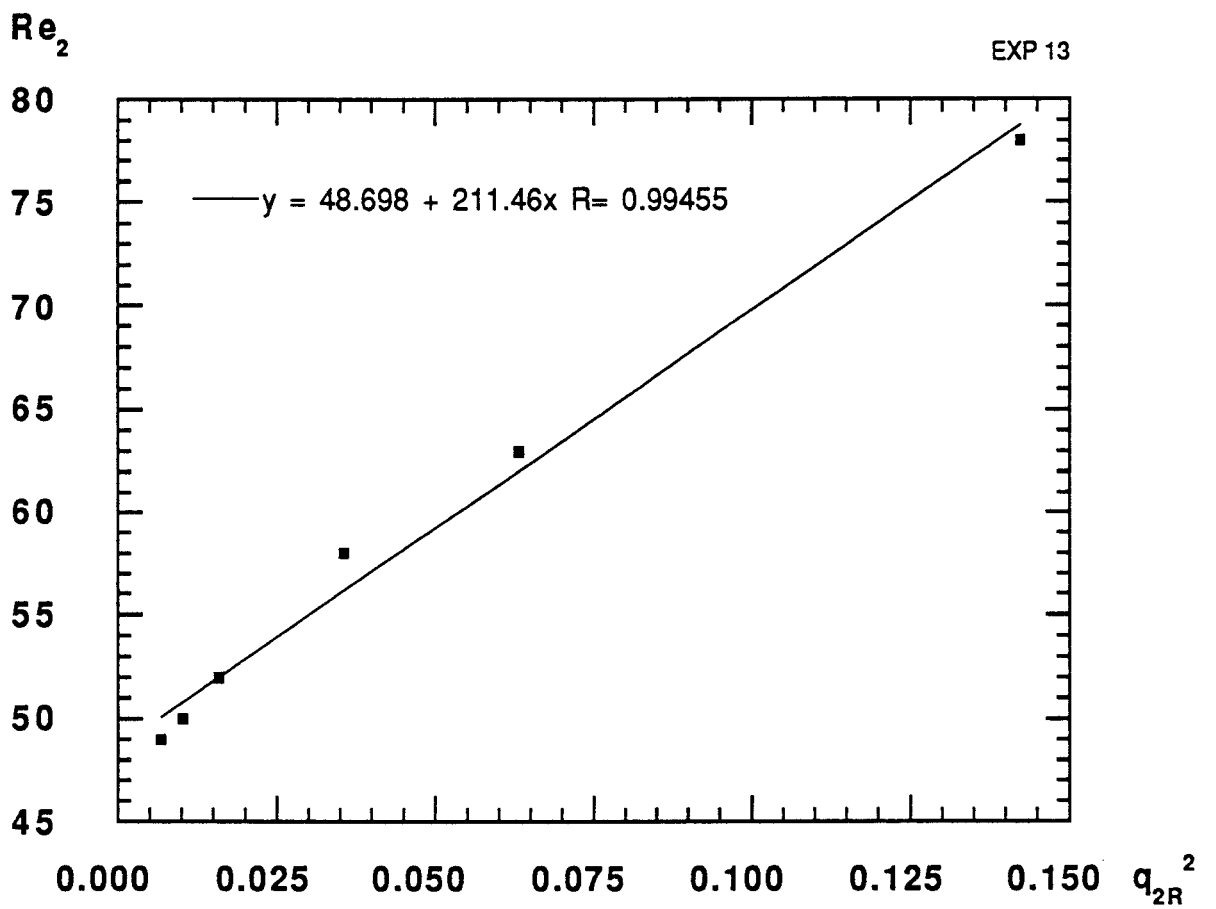
**EXP 13: nombre de Reynolds critique du deuxième mode en fonction de  $q_2 R^2 = (2\pi/(L/d))^2$**

Longueur constante  $L = 10$  cm,  $d$  variable, fetch des plaques de bout  $F = 15$  cm, pas de correction de l'effet de blocage pour  $Re$ . Données de Mathis (réf.).

**EXP 14:  $q_1 R^2 = (\pi/(L/d))^2$  au seuil du premier mode et**

**$q_2 R^2 = (2\pi/(L/d))^2$  au seuil du deuxième mode en fonction de  $Re$**

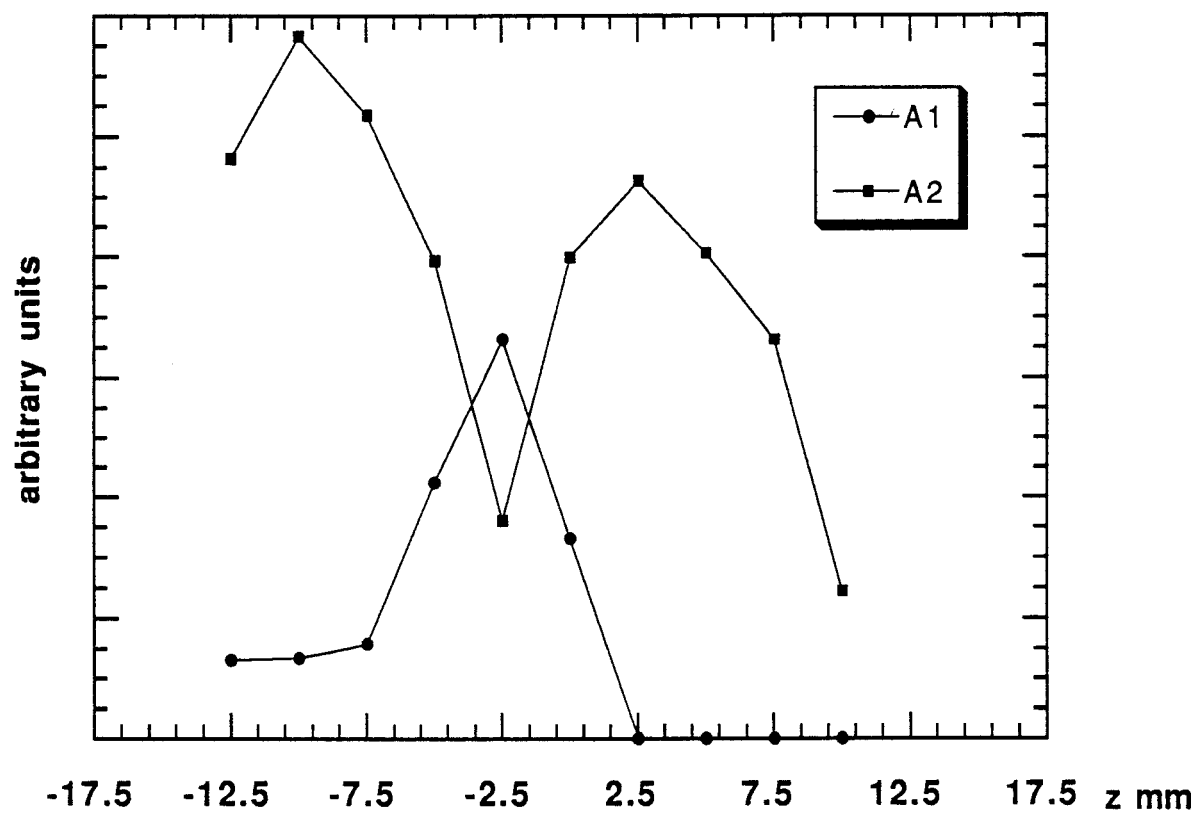
La ligne étiquetée "expected" est prédite par la théorie linéaire (commune aux deux modes) avec  $\mu_r = 32$  v et  $Re_0 = 48.4$  (tirés de EXP 05). Les marqueurs représentent différents résultats expérimentaux.  $L$  variable, constant  $d = 1.6$  mm, fetch des plaques de bout  $F = 20$  mm. Données d'Albarède (3, 6, 7/3/90).



**EXP 15: amplitude modulus of first and second modes at  $L \approx 1.3 L_2$**   
 $L_2$  is the critical length of the second mode. The first mode is, of course, globally stronger when  $L \rightarrow L_2^+$  and dominates in the bulk when  $L \rightarrow \infty$ , but it is globally weaker in this intermediary situation. It might go unnoticed in a flow visualization.  $d = 1.6$  mm, end plate fetch  $F = 20$  mm,  $Re = 70$ . Data from Albarède (7/3/90).

---

**EXP 15: module de l'amplitude des premier et deuxième modes pour  $L \approx 1.3 L_2$**   
 $L_2$  est la longueur critique du deuxième mode. Le premier mode est, bien sûr, globalement le plus intense quand  $L \rightarrow L_2^+$  et domine sauf près des bouts quand  $L \rightarrow \infty$ , mais il est globalement le plus faible dans cette situation intermédiaire. Il pourrait passer inaperçu dans une visualisation de l'écoulement.  $d = 1.6$  mm, fetch des plaques de bout  $F = 20$  mm,  $Re = 70$ . Données d'Albarède (7/3/90).



**EXP 16: frequencies of both modes versus  $L_R = L/d$**

For  $L_R > 30$ , the second mode splits apart into incoherent end cells. The experiment cannot be continued for  $L_R > 45$  because the wind tunnel wall boundary layers interfere. Variable  $L$ , constant  $d = 1.6$  mm, end plate fetch  $F = 20$  mm,  $Re = 70$ . Data from Albarède (7/3/90).

**EXP 17: frequencies of both modes versus  $q_1 R^2 = (\pi/(L/d))^2$**

For  $L_R > 30$ , the second mode splits apart into incoherent end cells. The experiment cannot be continued for  $L_R > 45$  because the wind tunnel boundary layers interfere. Compared with the situation of EXP 09, the first mode frequency is lowered by energy loss, in agreement with  $c_2 < 0$ . Variable  $L$ , constant  $d = 1.6$  mm, end plate fetch  $F = 20$  mm,  $Re = 70$ . Data from Albarède (7/3/90).

---

**EXP 16: fréquence des deux modes en fonction de  $L_R = L/d$**

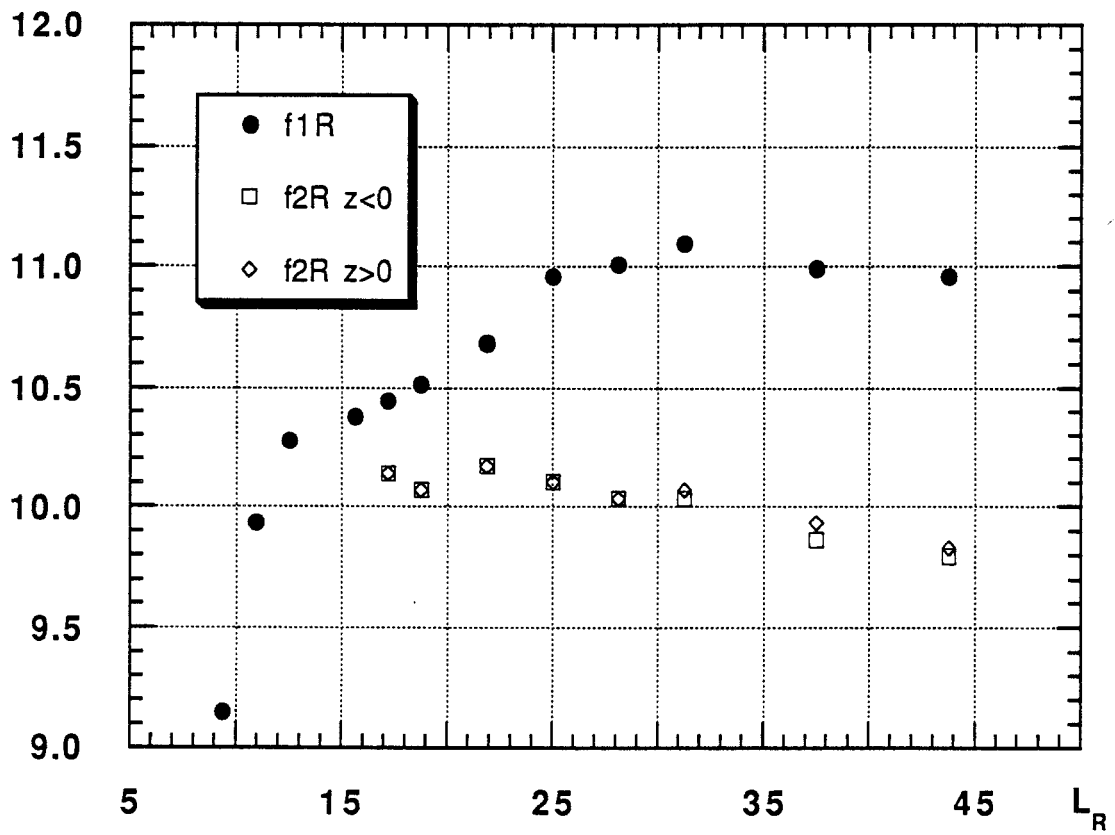
Pour  $L_R > 30$ , le second mode se divise en cellules incohérentes. L'expérience ne peut pas être poursuivie pour  $L_R > 45$  parce que les couches limites des parois de la soufflerie se font sentir.  $L$  variable, constant  $d = 1.6$  mm, fetch des plaques de bout  $F = 20$  mm,  $Re = 70$ . Données d'Albarède (7/3/90).

**EXP 17: fréquence des deux modes en fonction de  $q_1 R^2 = (\pi/(L/d))^2$**

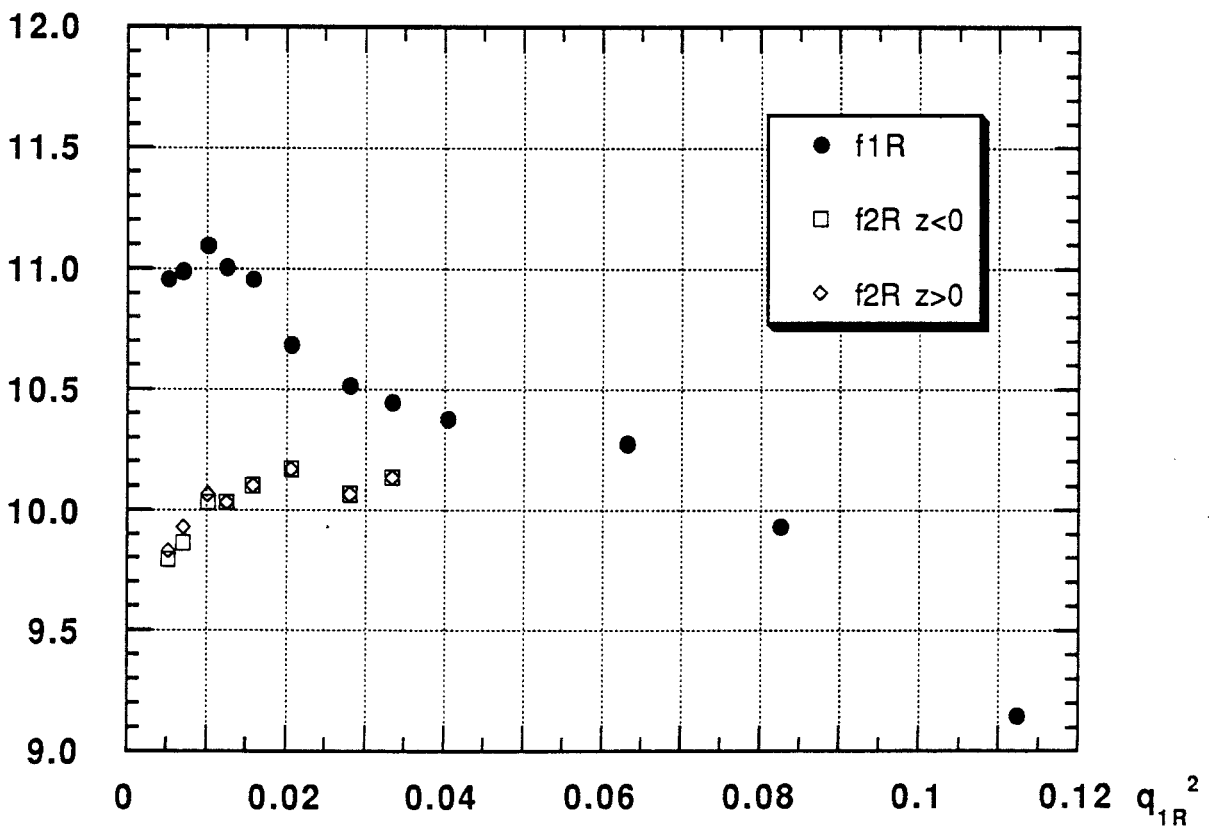
Pour  $L_R > 30$ , le second mode se divise en cellules incohérentes. L'expérience ne peut pas être poursuivie pour  $L_R > 45$  parce que les couches limites des parois de la soufflerie se font sentir. Par rapport à EXP 09, le premier mode voit sa fréquence diminuée par la perte d'énergie.  $L$  variable, constant  $d = 1.6$  mm, fetch des plaques de bout  $F = 20$  mm,  $Re = 70$ . Données d'Albarède (7/3/90).



EXP 16



EXP 17



**EXP 18: the wave-number versus  $Re$  in Williamson's transition**

Translation of angle and x-wave-length measurements in terms of z-wave-number. Data from Williamson (ref. 2).

**EXP 19: the wave-number (using Kuramoto rescaling) versus  $Re$  in Williamson's transition**

Translation of angle and x-wave-length measurements in terms of z-wave-number. Scaling based on  $\mu_r = 32 \nu$ ,  $k = 0.2 d^2/\nu$ ,  $Re_0 = 49$ .  $q > 1$  is theoretically impossible. Data from Williamson (ref. 2).

---

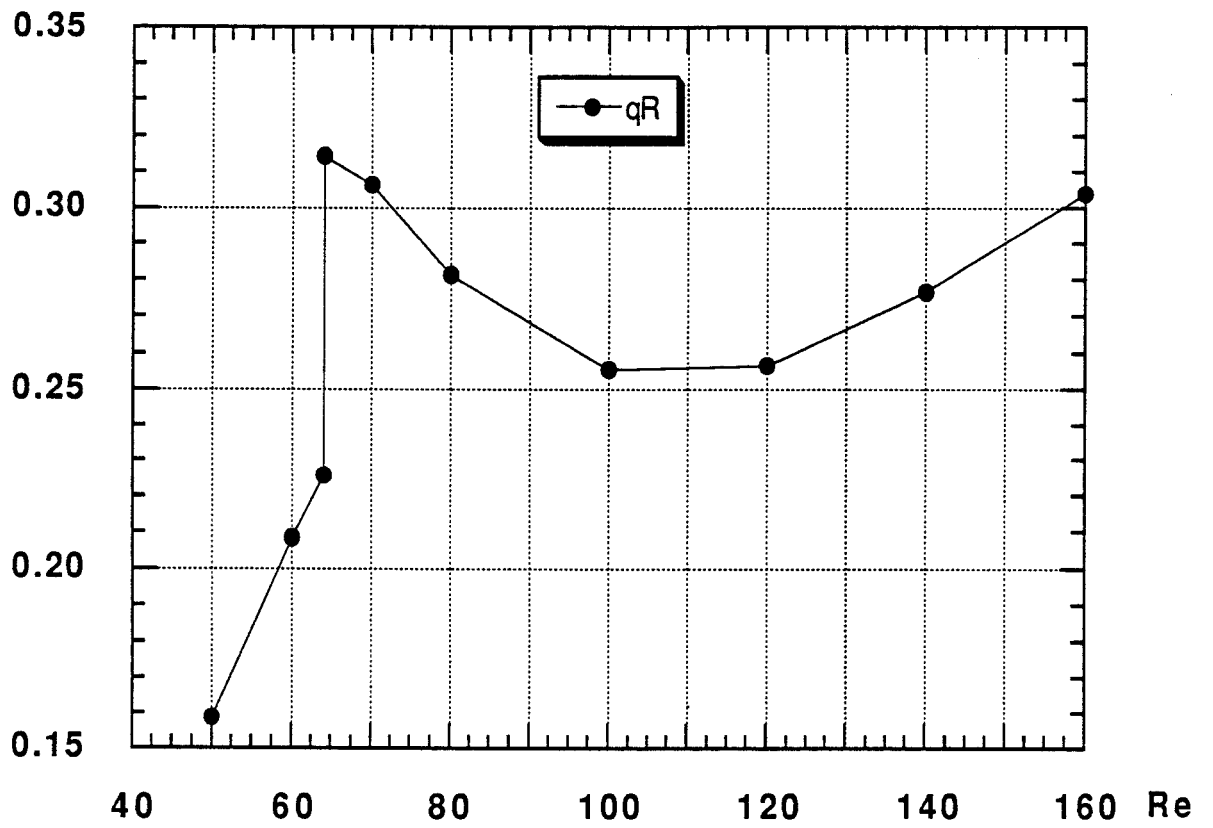
**EXP 18: le nombre d'onde en fonction de  $Re$  au cours de la transition de Williamson**

Traduction des mesures d'angle et de longueur d'onde suivant  $x$  en termes de nombre d'onde suivant  $z$ . Données de Williamson (réf. 2).

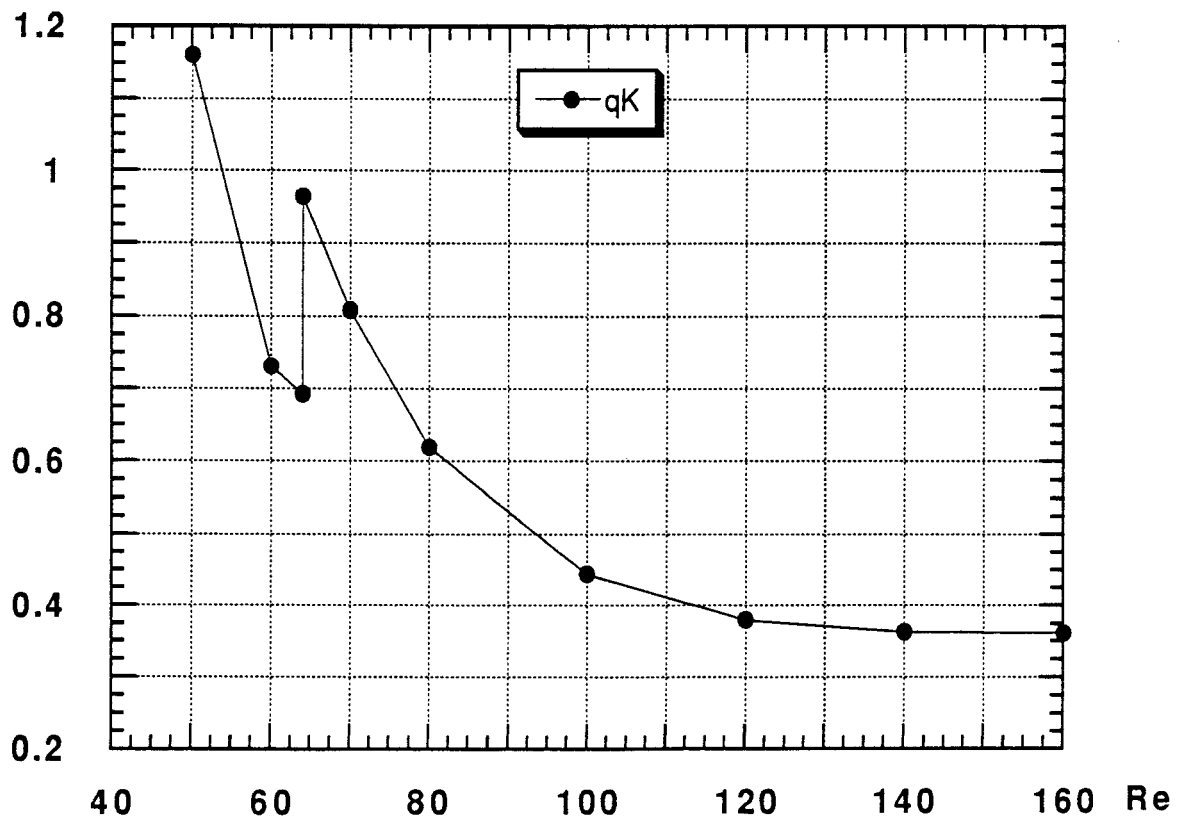
**EXP 19: le nombre d'onde (en échelle de Kuramoto) en fonction de  $Re$  au cours de la transition de Williamson**

Le changement d'échelle de Kuramoto est basé sur  $\mu_r = 32 \nu$ ,  $k = 0.2 d^2/\nu$ ,  $Re_0 = 49$ .  $q > 1$  est théoriquement impossible. Données de Williamson (réf. 2).

EXP 18



EXP 19



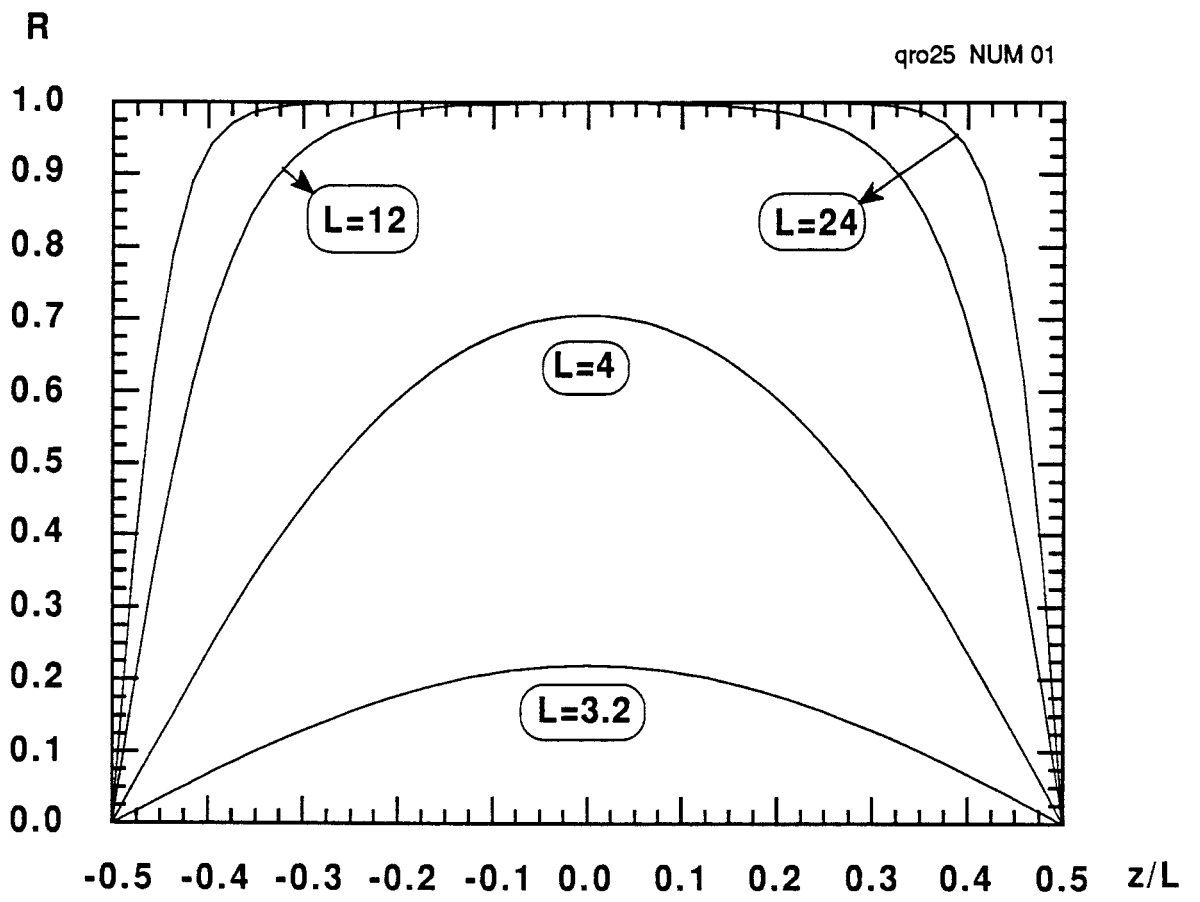
**NUM 01: highly non-linear behaviour of the non-dispersive Ginzburg-Landau equation**

$\omega$  and  $q(z)$  are zero.  $R(z/L)$  is plotted for  $L = 3.2, 4, 12, 24$ ,  
 $c_0 = -1, c_1 = -1, c_2 = -1, dt = 0.4, 0.2, 0.1, 0.2, p_{\max} = 48$ .

---

**NUM 01: comportement hautement non-linéaire de l'équation de Ginzburg-Landau non-dispersive**

$\omega$  et  $q(z)$  sont nuls.  $R(z/L)$  est tracée pour  $L = 3.2, 4, 12, 24$ ,  
 $c_0 = -1, c_1 = -1, c_2 = -1, dt = 0.4, 0.2, 0.1, 0.2, p_{\max} = 48$ .



**NUM 02 to NUM 07: highly non-linear behaviour of the dispersive Ginzburg-Landau equation**

$q(z)$ ,  $R(z)$  and the plane wave test function,  $\text{test} = q^2 + R^2 - 1$ , are plotted with

$c_1 = 0$ ,  $c_2 = -0.5$  and

NUM 02:  $L = 3.2$ ,  $c_0 = 0$ ,  $dt = 0.4$ ,  $p_{\max} = 48$

- numerical pulsation  $\omega = 0.018242$
- (3.3.1.\$11) pulsation  $\omega_1 = 0.018085$
- (3.3.1.\$30) pulsation  $\omega = 0.018061$

NUM 03:  $L = 4$ ,  $c_0 = -0.000$ ,  $dt = 0.2$ ,  $p_{\max} = 48$ ,  $\omega - c_0 = 0.189729$

NUM 04:  $L = 12$ ,  $c_0 = -0.441$ ,  $dt = 0.2$ ,  $p_{\max} = 48$ ,  $\omega - c_0 = 0.442675$

NUM 05:  $L = 24$ ,  $c_0 = -0.459$ ,  $dt = 0.5$ ,  $p_{\max} = 48$ ,  $\omega - c_0 = 0.467916$

NUM 06:  $L = 48$ ,  $c_0 = -0.476$ ,  $dt = 0.5$ ,  $p_{\max} = 96$ ,  $\omega - c_0 = 0.474310$

NUM 07:  $L = 96$ ,  $c_0 = -0.476$ ,  $dt = 0.5$ ,  $p_{\max} = 192$ ,  $\omega - c_0 = 0.474658$

---

**NUM 02 à NUM 07: comportement hautement non-linéaire de l'équation de Ginzburg-Landau dispersive**

$q(z)$ ,  $R(z)$  et la fonction test de l'onde plane,  $\text{test} = q^2 + R^2 - 1$ , sont tracées pour

$c_1 = 0$ ,  $c_2 = -0.5$  et

NUM 02:  $L = 3.2$ ,  $c_0 = 0$ ,  $dt = 0.4$ ,  $p_{\max} = 48$

- pulsation numérique  $\omega = 0.018242$
- pulsation donnée par (3.3.1.\$11)  $\omega_1 = 0.018085$
- pulsation donnée par (3.3.1.\$30)  $\omega = 0.018061$

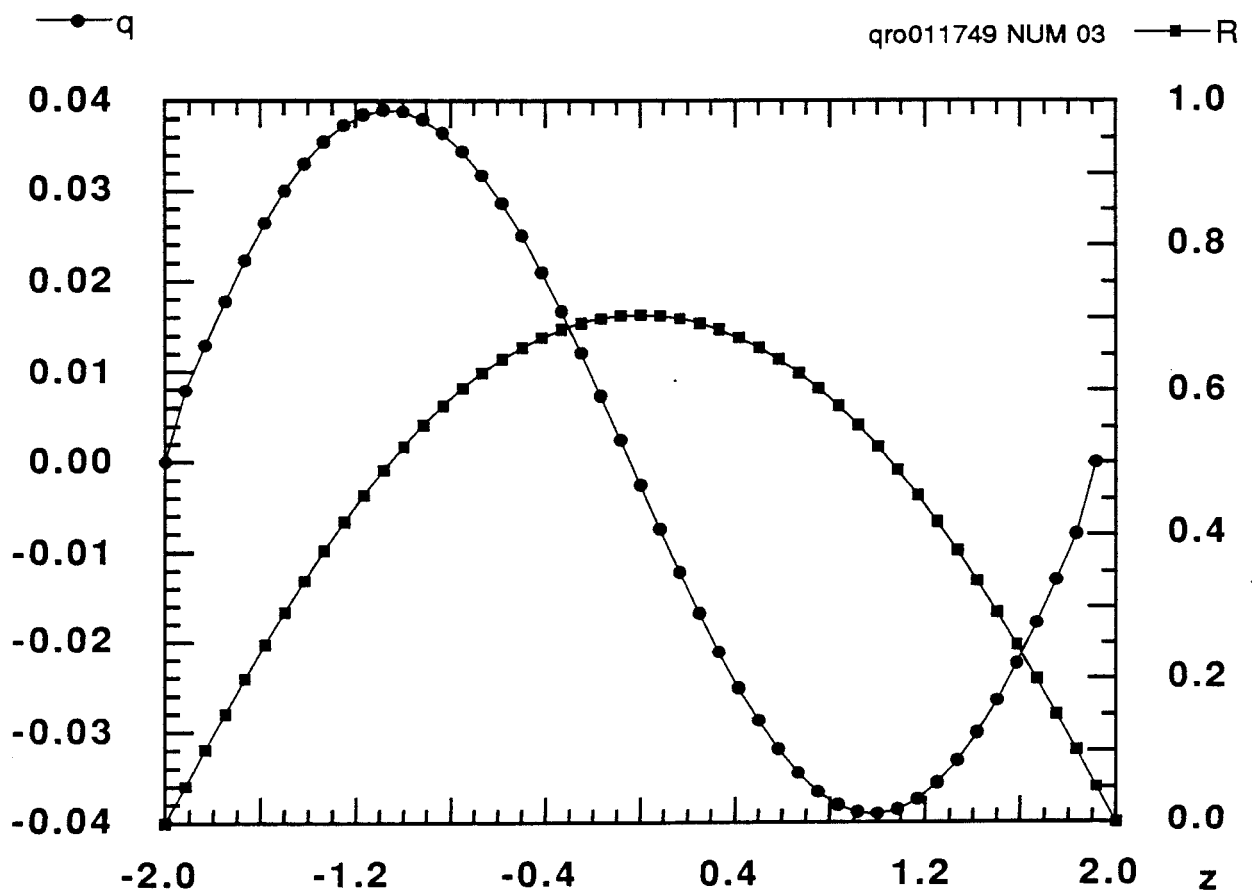
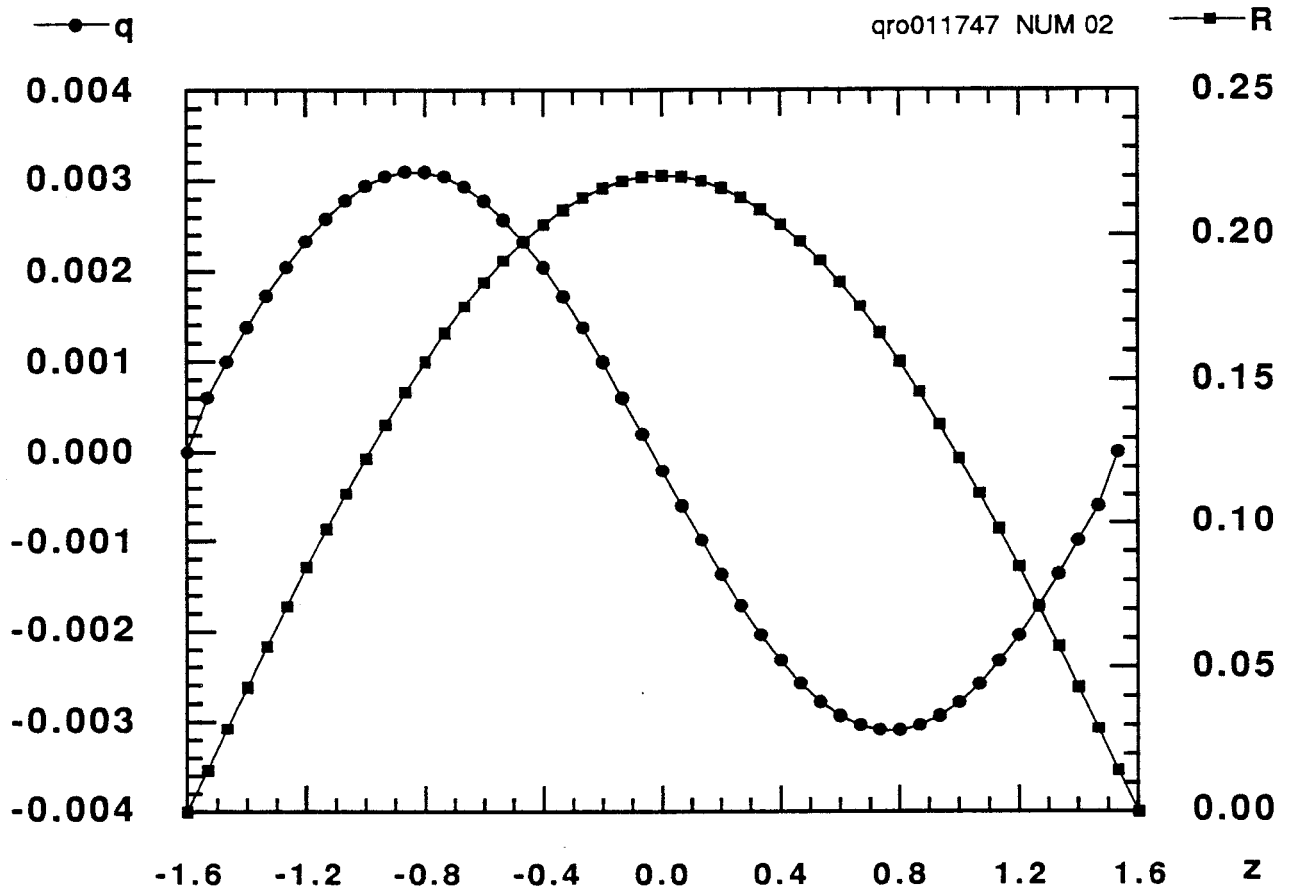
NUM 03:  $L = 4$ ,  $c_0 = -0.000$ ,  $dt = 0.2$ ,  $p_{\max} = 48$ ,  $\omega - c_0 = 0.189729$

NUM 04:  $L = 12$ ,  $c_0 = -0.441$ ,  $dt = 0.2$ ,  $p_{\max} = 48$ ,  $\omega - c_0 = 0.442675$

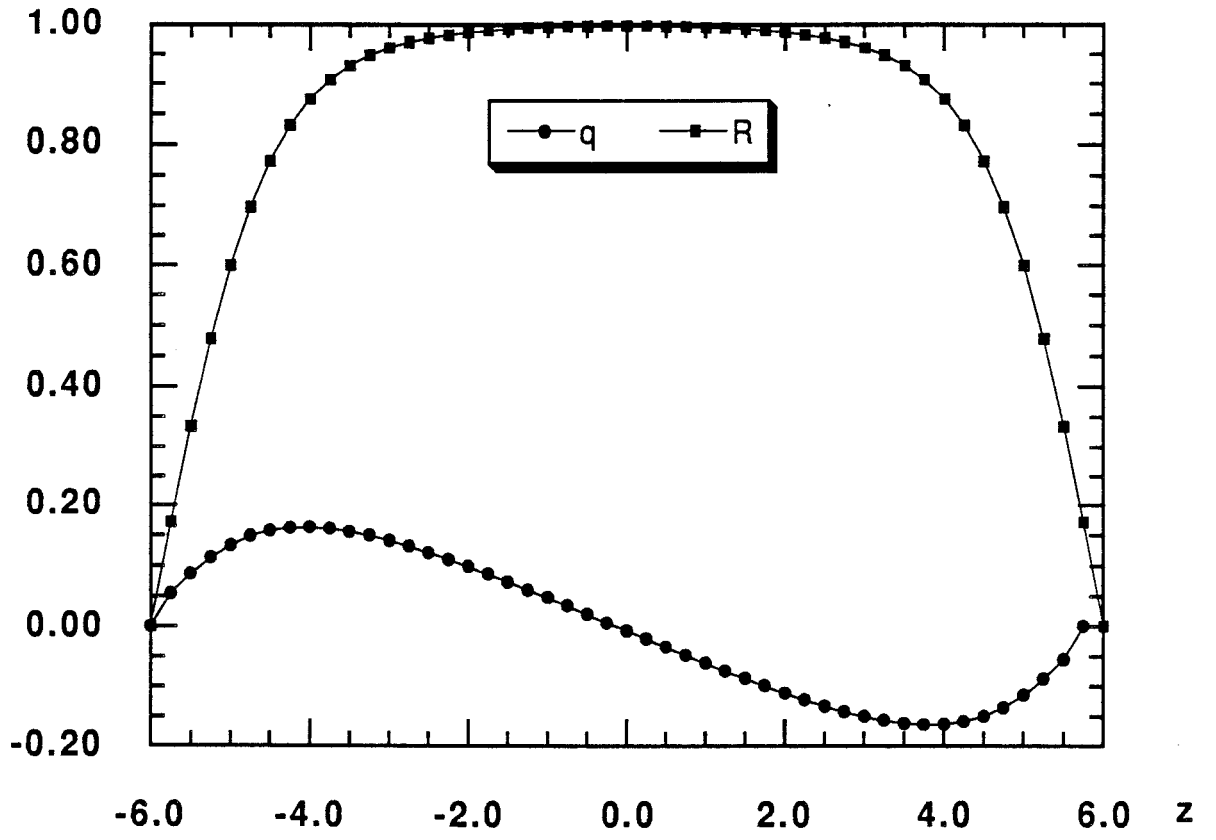
NUM 05:  $L = 24$ ,  $c_0 = -0.459$ ,  $dt = 0.5$ ,  $p_{\max} = 48$ ,  $\omega - c_0 = 0.467916$

NUM 06:  $L = 48$ ,  $c_0 = -0.476$ ,  $dt = 0.5$ ,  $p_{\max} = 96$ ,  $\omega - c_0 = 0.474310$

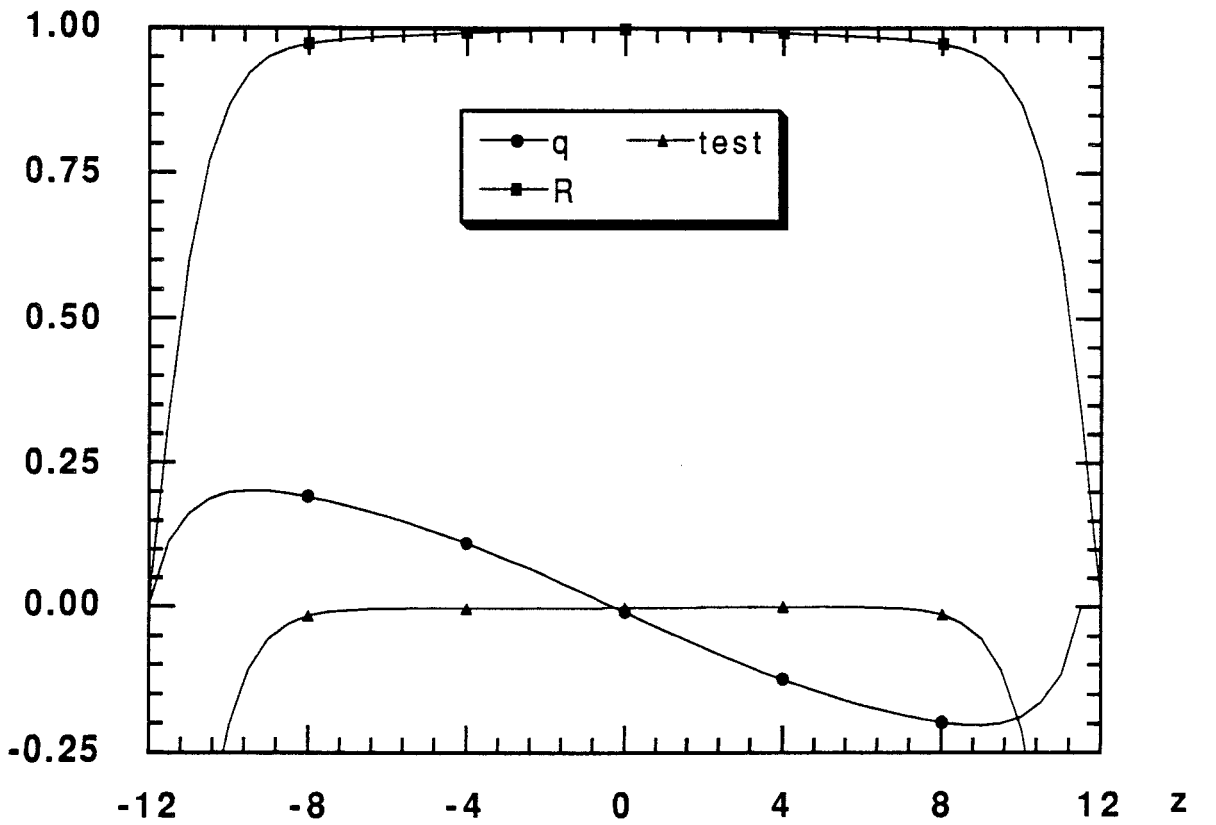
NUM 07:  $L = 96$ ,  $c_0 = -0.476$ ,  $dt = 0.5$ ,  $p_{\max} = 192$ ,  $\omega - c_0 = 0.474658$



qro020036 NUM 04

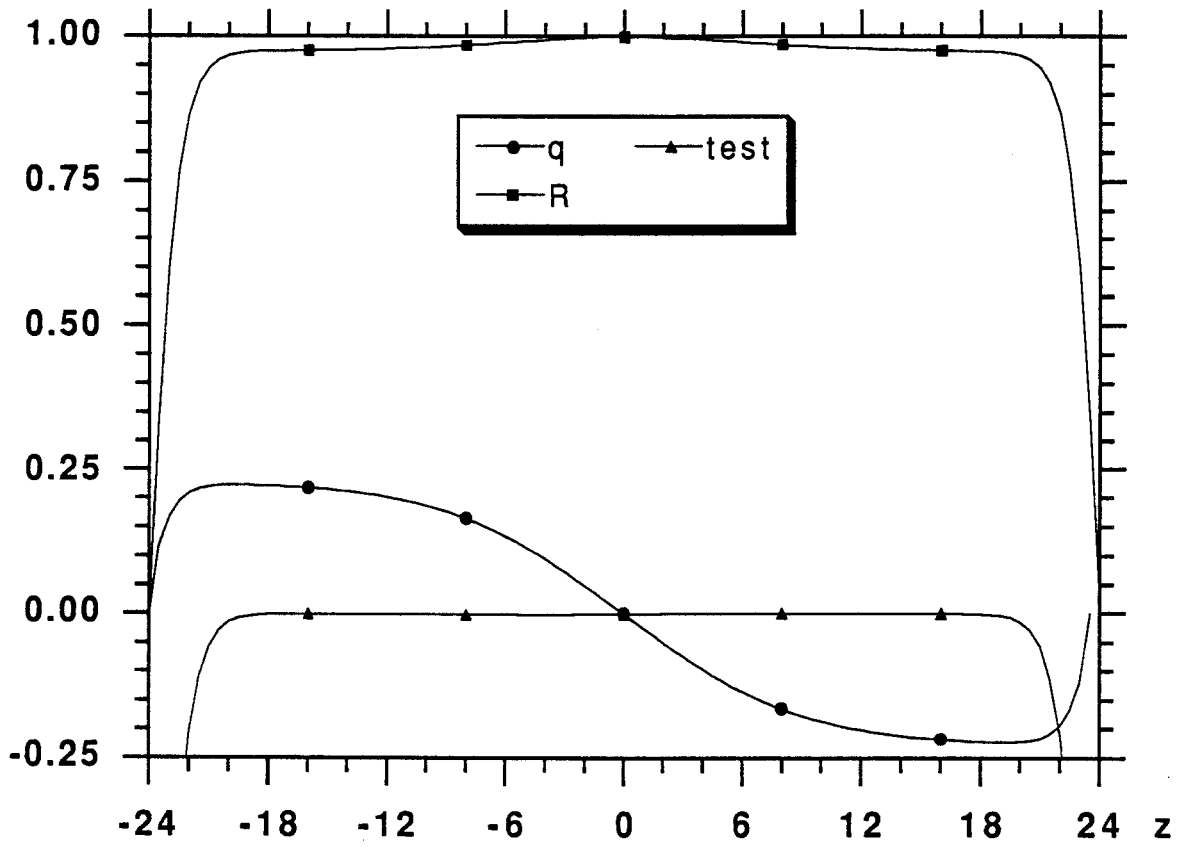


qro020028 NUM 05

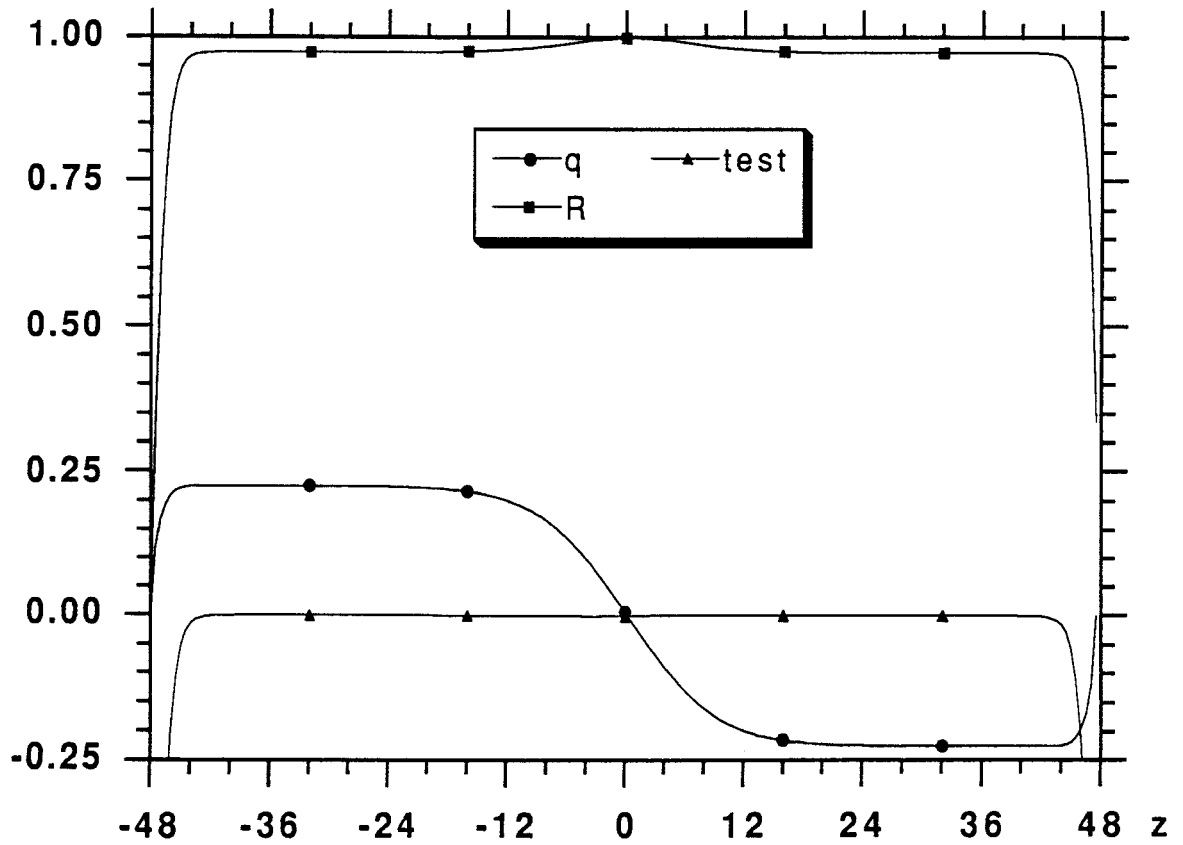




qro020016 NUM 06



qro012356 NUM 07



**NUM 08 to NUM 13:**

**quantitative follow-up of a GLCK0 model transient**

The functions  $t \rightarrow q(t, z_k)$ ,  $R(t, z_k)$ ,  $\omega(t, z_k)$  are plotted for  $z_k = 8 k^{-24}$ ,  $k = 1 \dots 5$  on NUM 08+k-1. In the real wake, a similar experiment could be achieved by recording the transient with 5 probes set up along the span. One can check the transient duration, the corner inward velocity ... forecast in § 3.3. and § 3.4..

$L = 48$ ,  $c_0 = -0.57$ ,  $c_1 = 0.25$ ,  $c_2 = -0.75$ ,  $dt = 0.5$ ,  $p_{max} = 96$ .

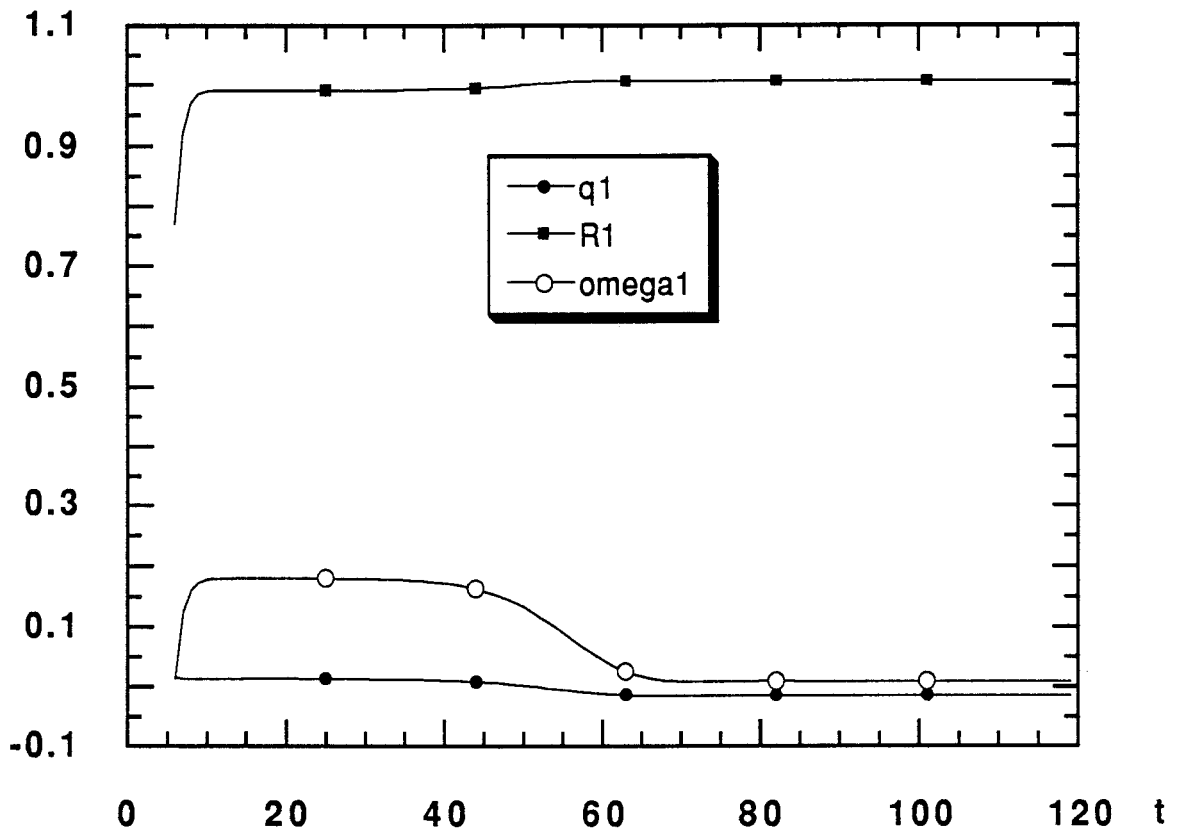
---

**NUM 08 à NUM 13: suivi quantitatif du transitoire du modèle GLCK0**

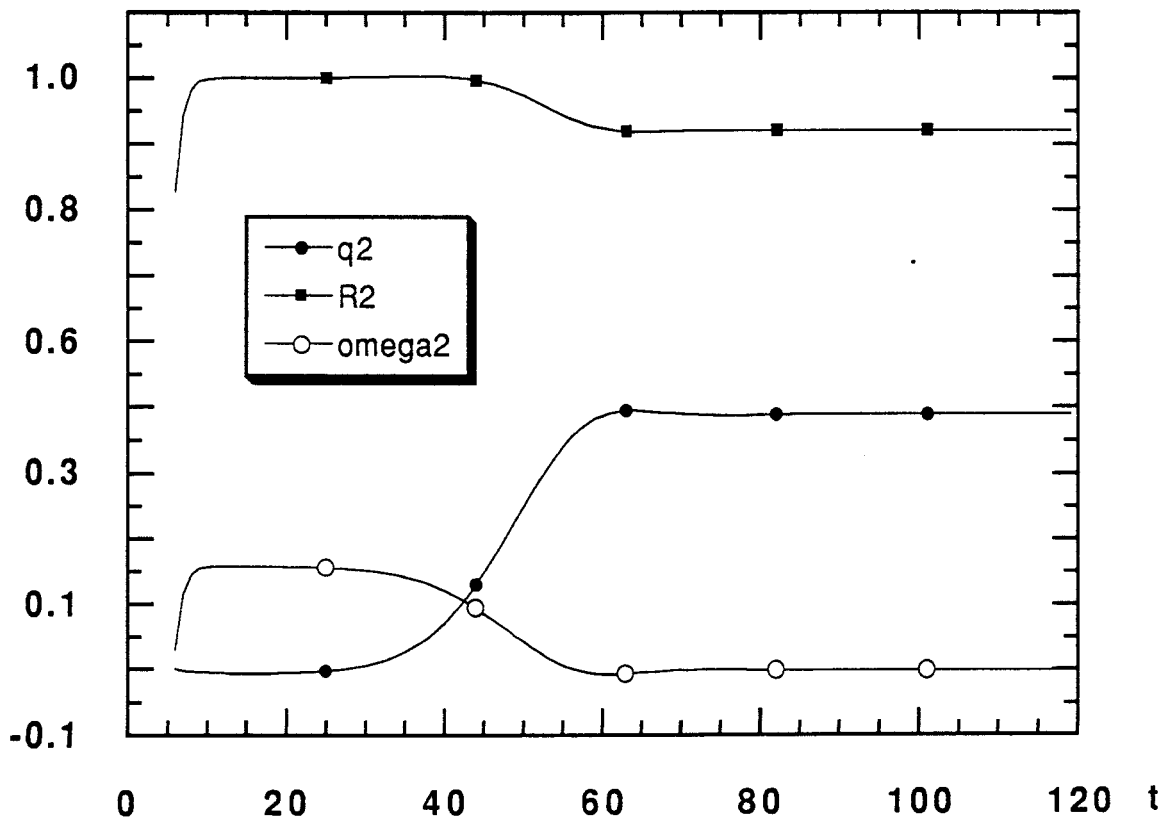
Les fonctions  $t \rightarrow q(t, z_k)$ ,  $R(t, z_k)$ ,  $\omega(t, z_k)$  sont tracées pour  $z_k = 8 k^{-24}$ ,  $k = 1 \dots 5$  sur NUM 08+k-1. Dans le sillage réel, une expérience analogue pourrait être réalisée en enregistrant le transitoire au moyen de 5 sondes placées le long de l'obstacle. On peut vérifier la durée du transitoire, la vitesse de propagation du coude vers le centre... prédits aux § 3.3. et § 3.4..

$L = 48$ ,  $c_0 = -0.57$ ,  $c_1 = 0.25$ ,  $c_2 = -0.75$ ,  $dt = 0.5$ ,  $p_{max} = 96$ .

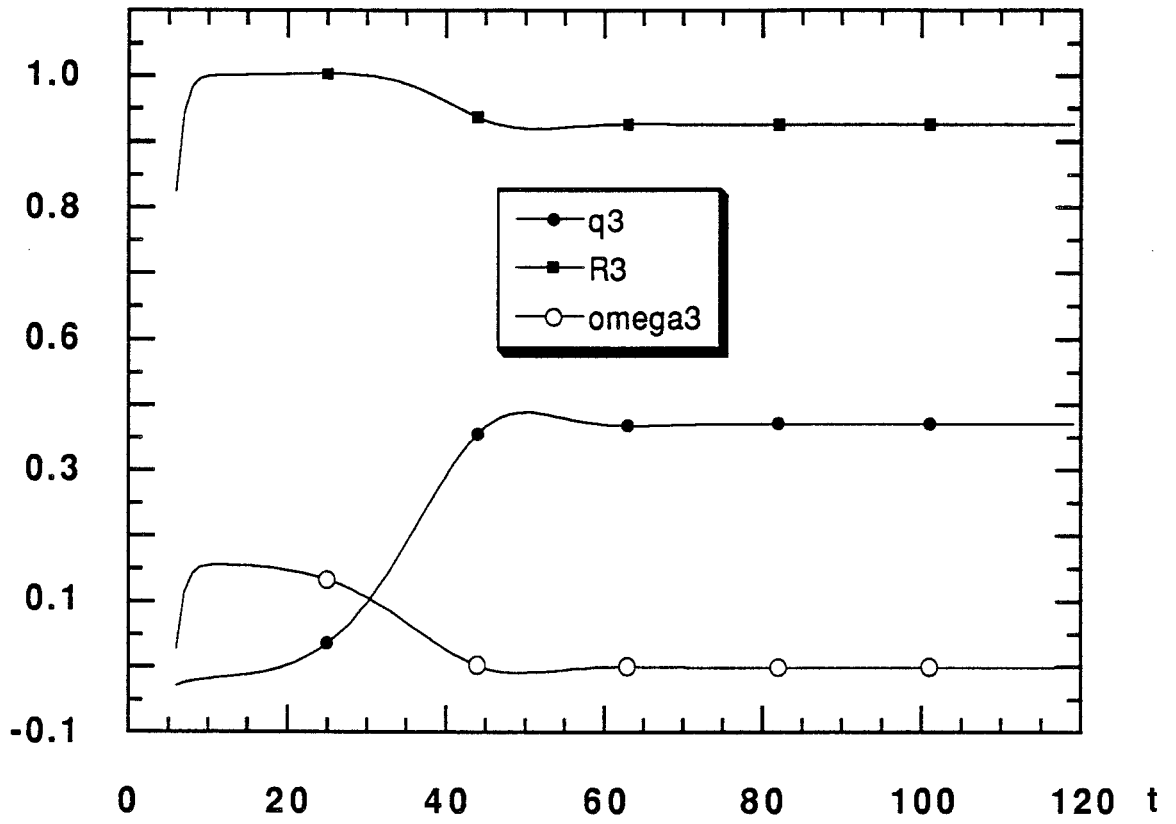
tqro022043 NUM 08



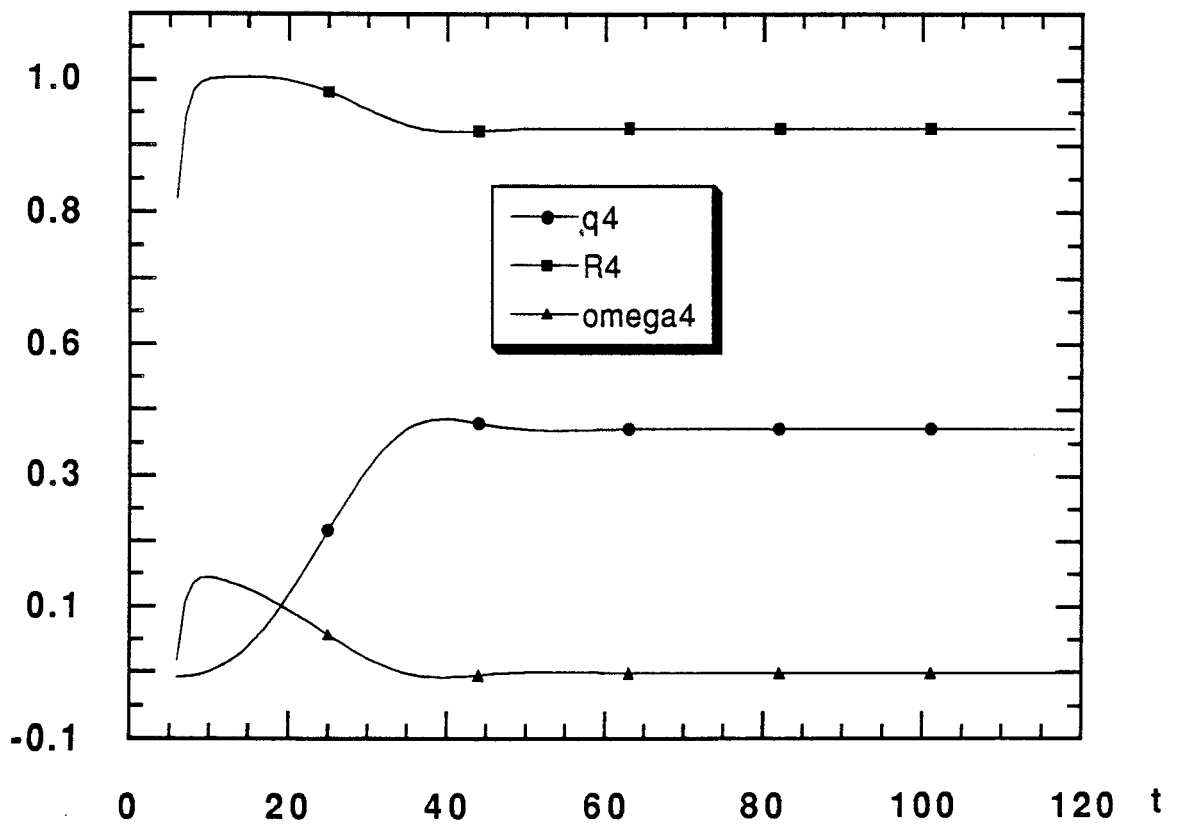
tqro022043 NUM 09



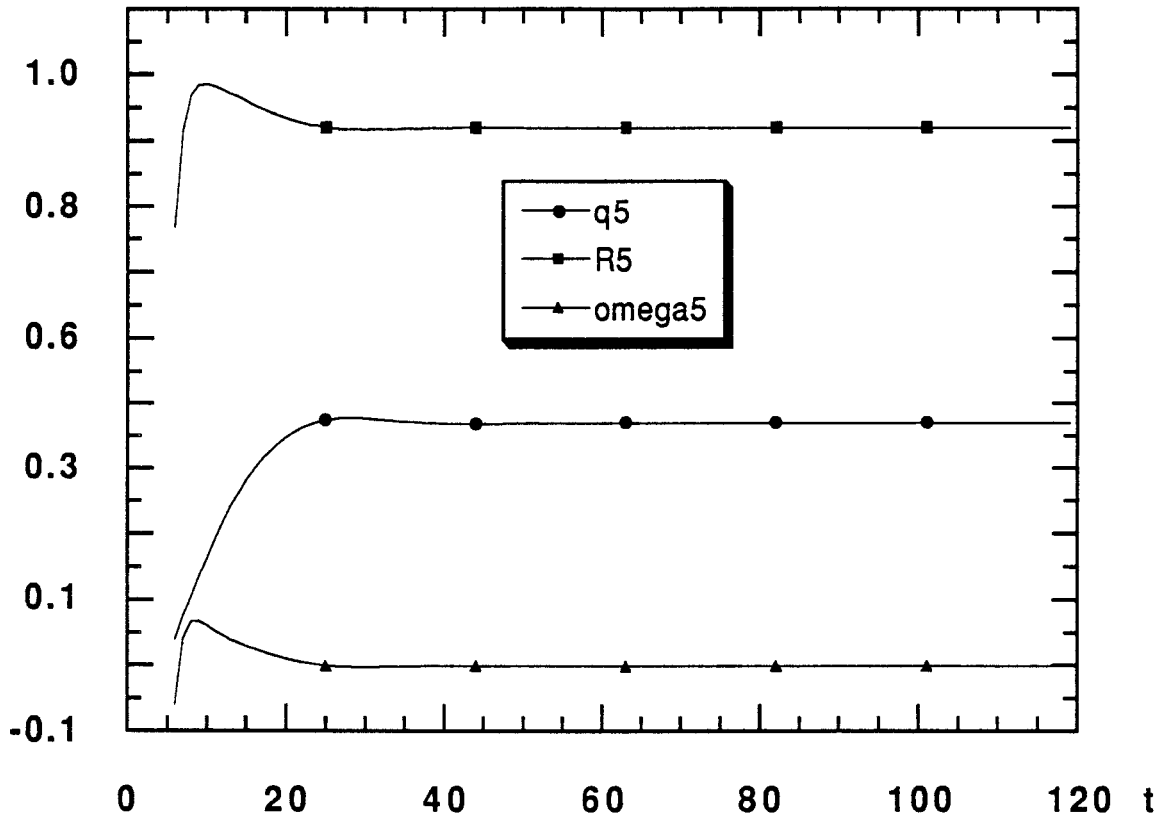
tqro022043 NUM 10



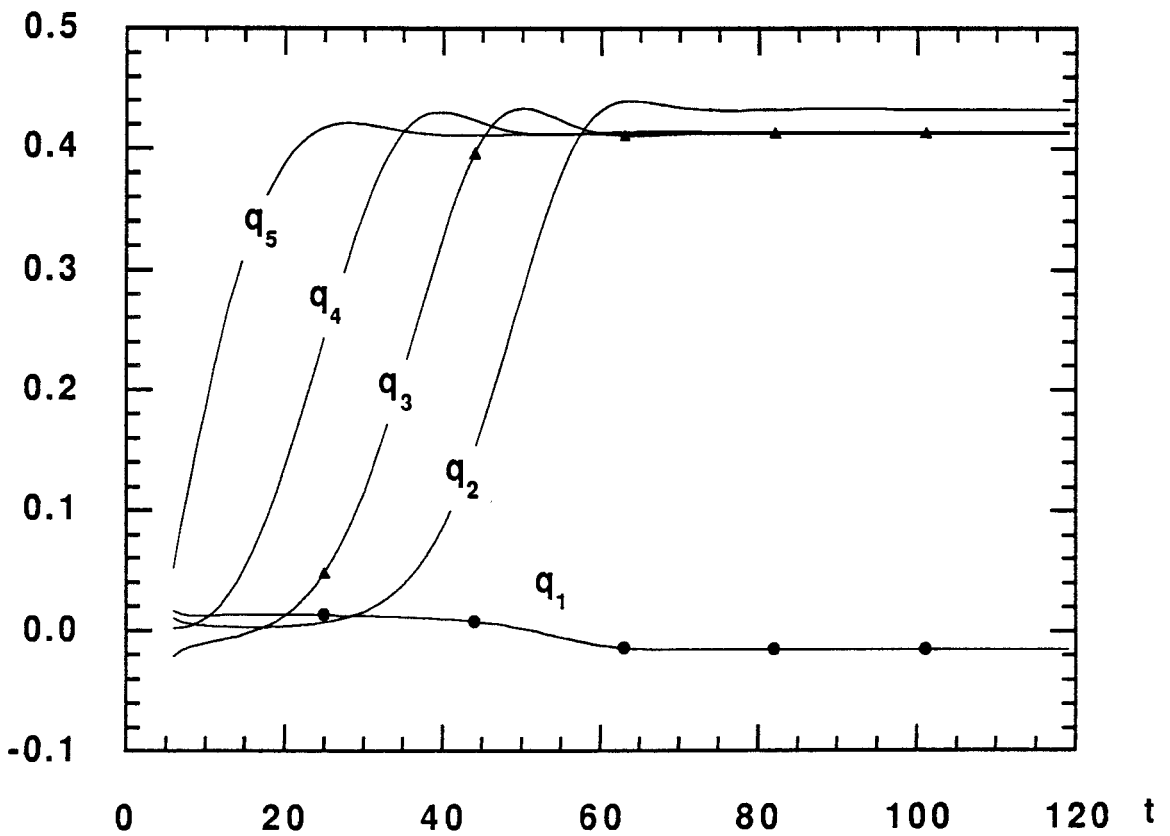
tqro022043 NUM 11



tqro022043 NUM 12



tqro022043 NUM 13



**NUM 14: chevron stability diagram in the plane  $(c_1, c_2)$**

Theoretical definition: the stable region produces t-periodic asymptotic solutions, whatever the length. The unstable region is the plane minus the stable region.

Practical definition: the stable region is approximated by the values of  $(c_1, c_2)$  producing a t-periodic asymptotic solution of GLCK0 with  $L = 48$ ,  $c_0$  adapted (c.f. appendix A4),  $dt = 0.4$ ,  $p_{max} = 48$ .

In the stable region, the high length t-asymptotic solution is the stable chevron. In the unstable region, the asymptotic solution can be the oscillating chevron, the broken chevron, the split wake...

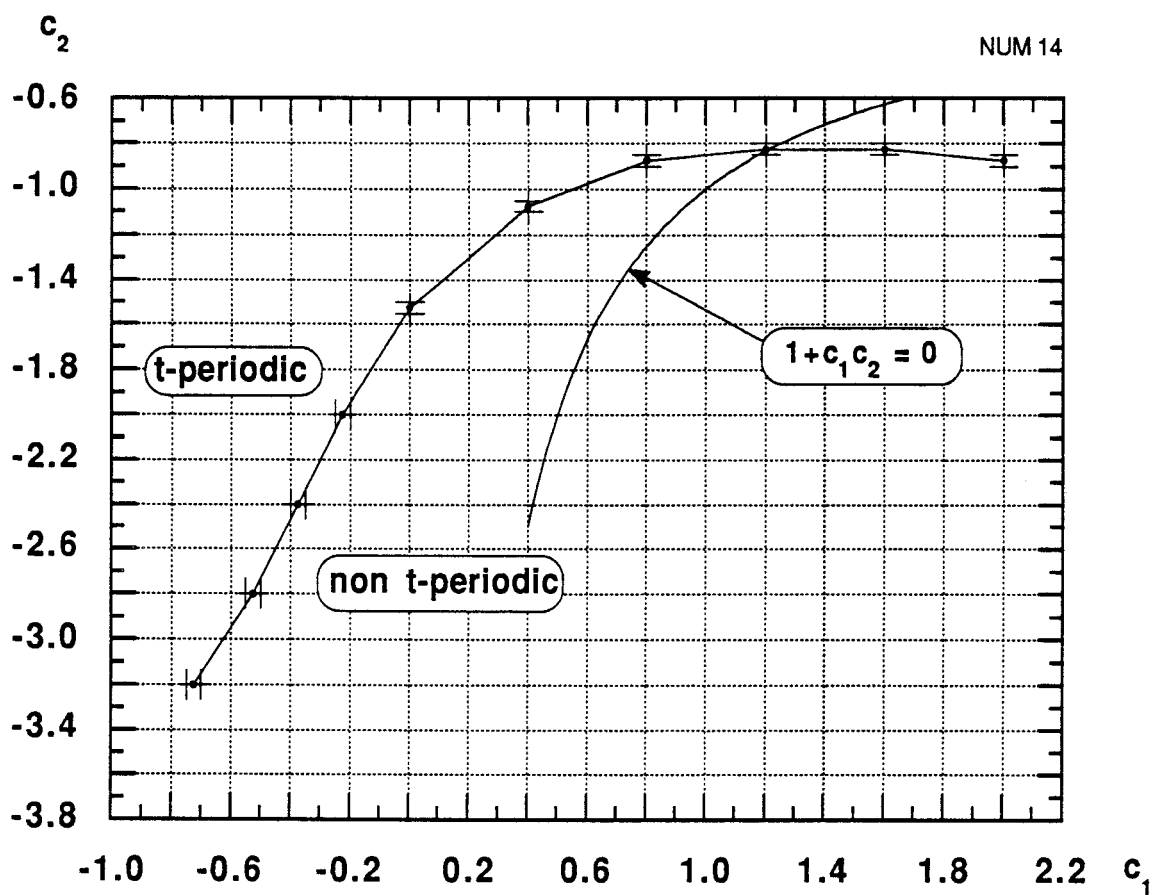
---

**NUM 14: diagramme de stabilité du chevron dans le plan  $(c_1, c_2)$**

Définition théorique: la région stable donne lieu à des solutions asymptotiques, quelle que soit la longueur. La région instable est le complémentaire de la région stable.

Définition pratique: la région stable est déterminée approximativement par les valeurs de  $(c_1, c_2)$  donnant une solution asymptotique t-périodique à GLCK0 avec  $L = 48$ ,  $c_0$  adapté (c.f. appendice A4),  $dt = 0.4$ ,  $p_{max} = 48$ .

Dans la région stable, la solution t-asymptotique à grande longueur est le chevron stable. Dans la région instable, la solution asymptotique peut être le chevron oscillant, le chevron brisé, le sillage scindé...



**NUM 15 to NUM 18: time evolution of R at stages i2, i3, i4, i5 of the chevron instability development with ( $c_1, c_2$ )**

The functions  $t \rightarrow R(t, z_k), \omega(t, z_k)$  are plotted for  $z_k = 8 k-24$ ,  
for some k in 1, 2, 3, 4, 5.

$L = 48, c_0 = -1.59, -1.46, -1.41, -1.38$  (adapted),  $c_1 = -0.3, -0.175, -0.12, -0.1$ ,  
 $c_2 = -2, dt = 0.2, pmax = 96$ .

---

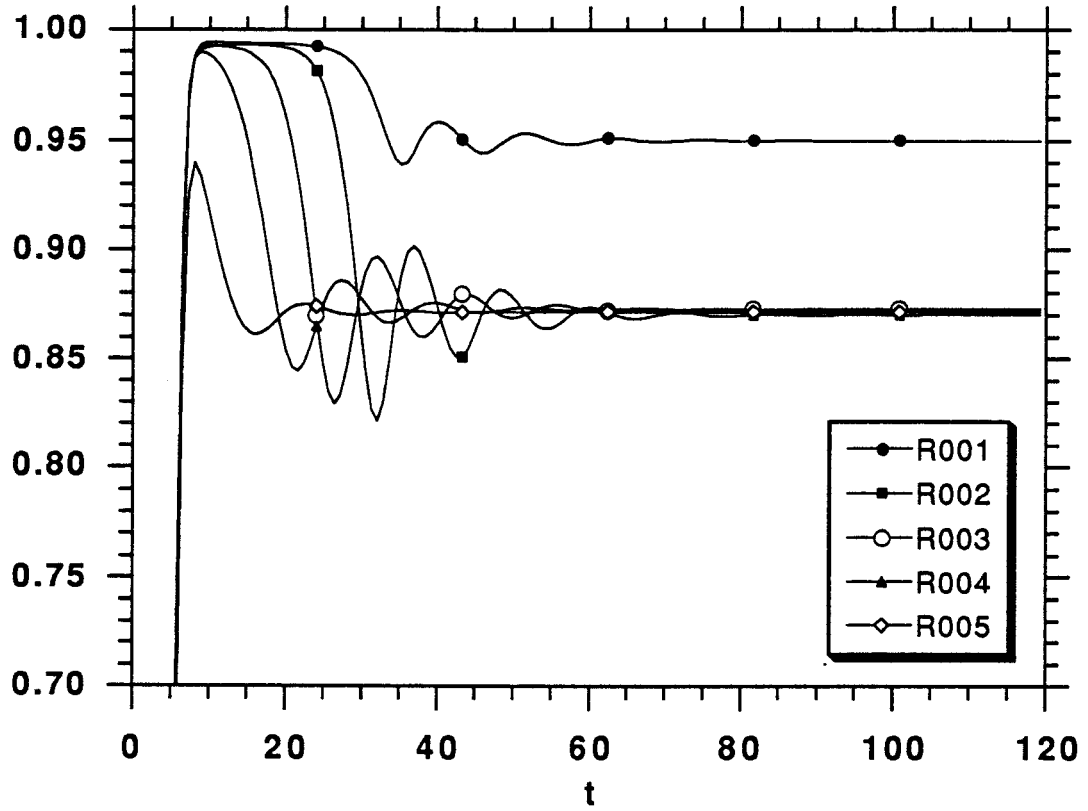
**NUM 15 à NUM 18: évolution temporelle de R aux stades i2, i3, i4, i5 du développement de l'instabilité du chevron lors de la variation de ( $c_1, c_2$ )**

Les fonctions  $t \rightarrow R(t, z_k), \omega(t, z_k)$  sont tracées en  $z_k = 8 k-24$ ,  
où k est choisi parmi 1, 2, 3, 4, 5.

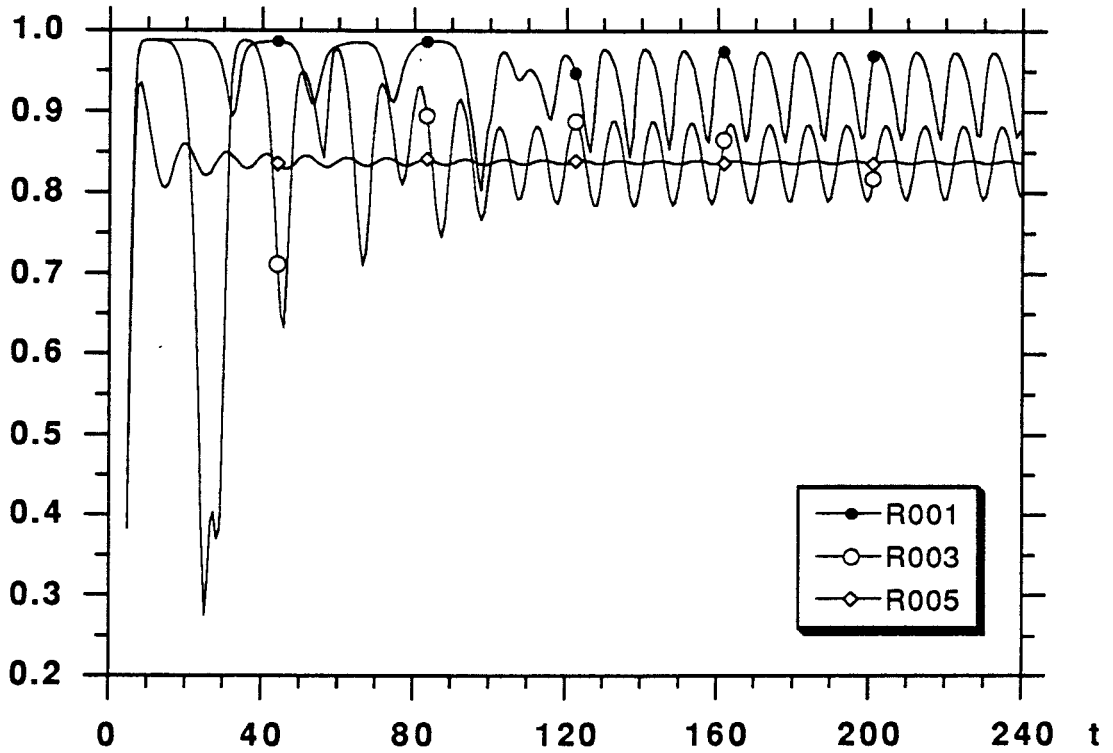
$L = 48, c_0 = -1.59, -1.46, -1.41, -1.38$  (adapté),  $c_1 = -0.3, -0.175, -0.12, -0.1$ ,  
 $c_2 = -2, dt = 0.2, pmax = 96$ .



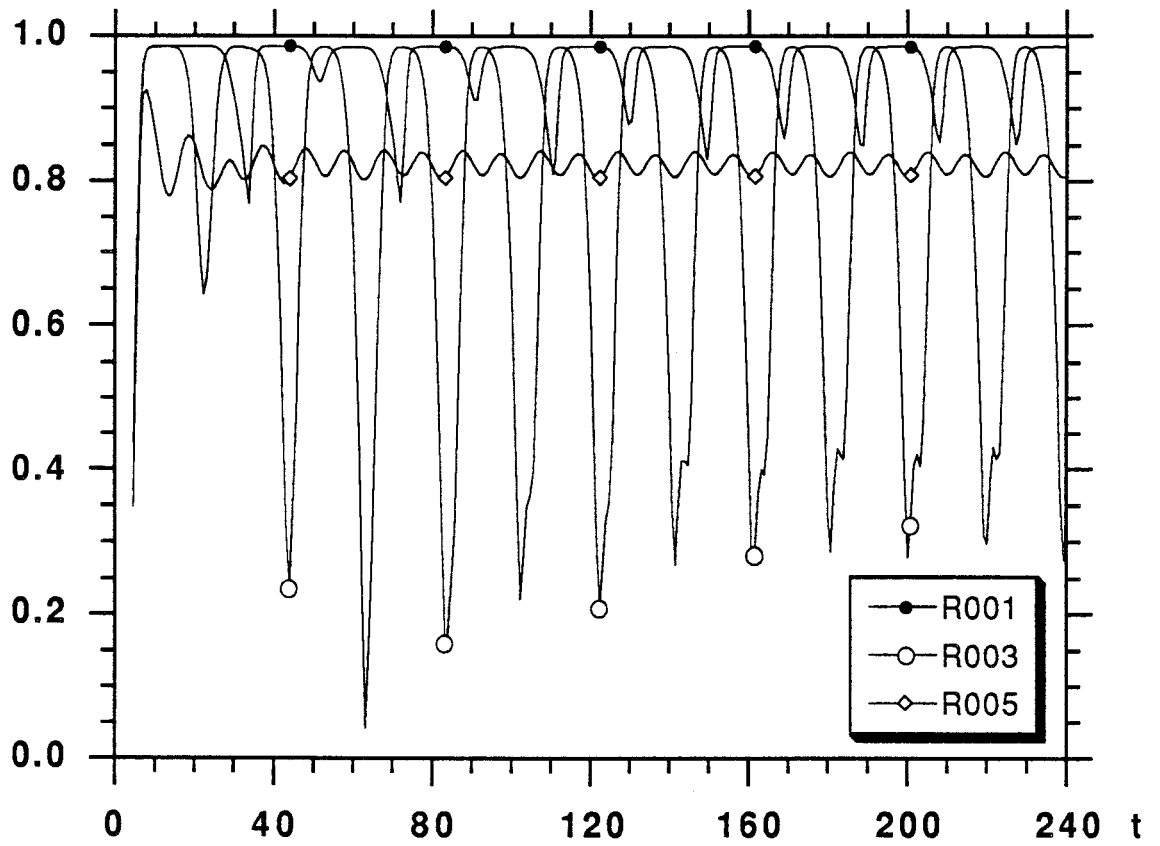
tqro12292249 NUM 15



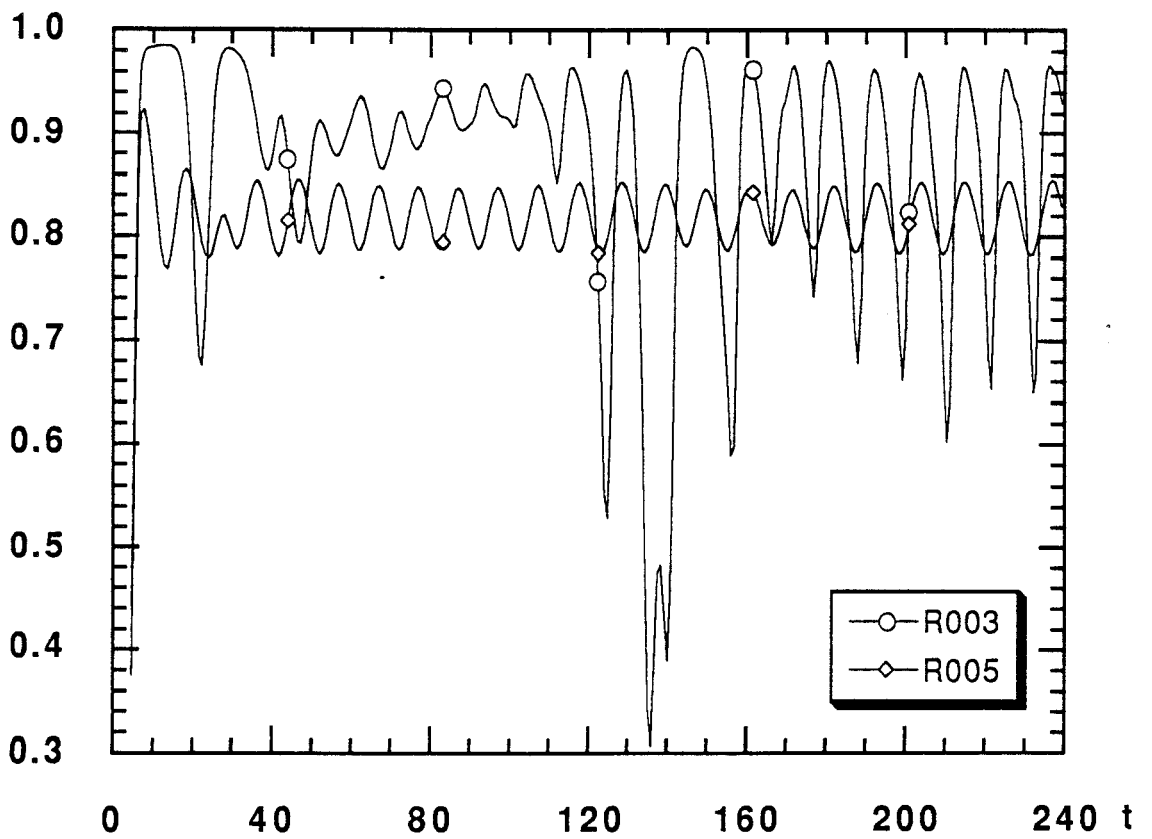
tqro12292325 NUM 16

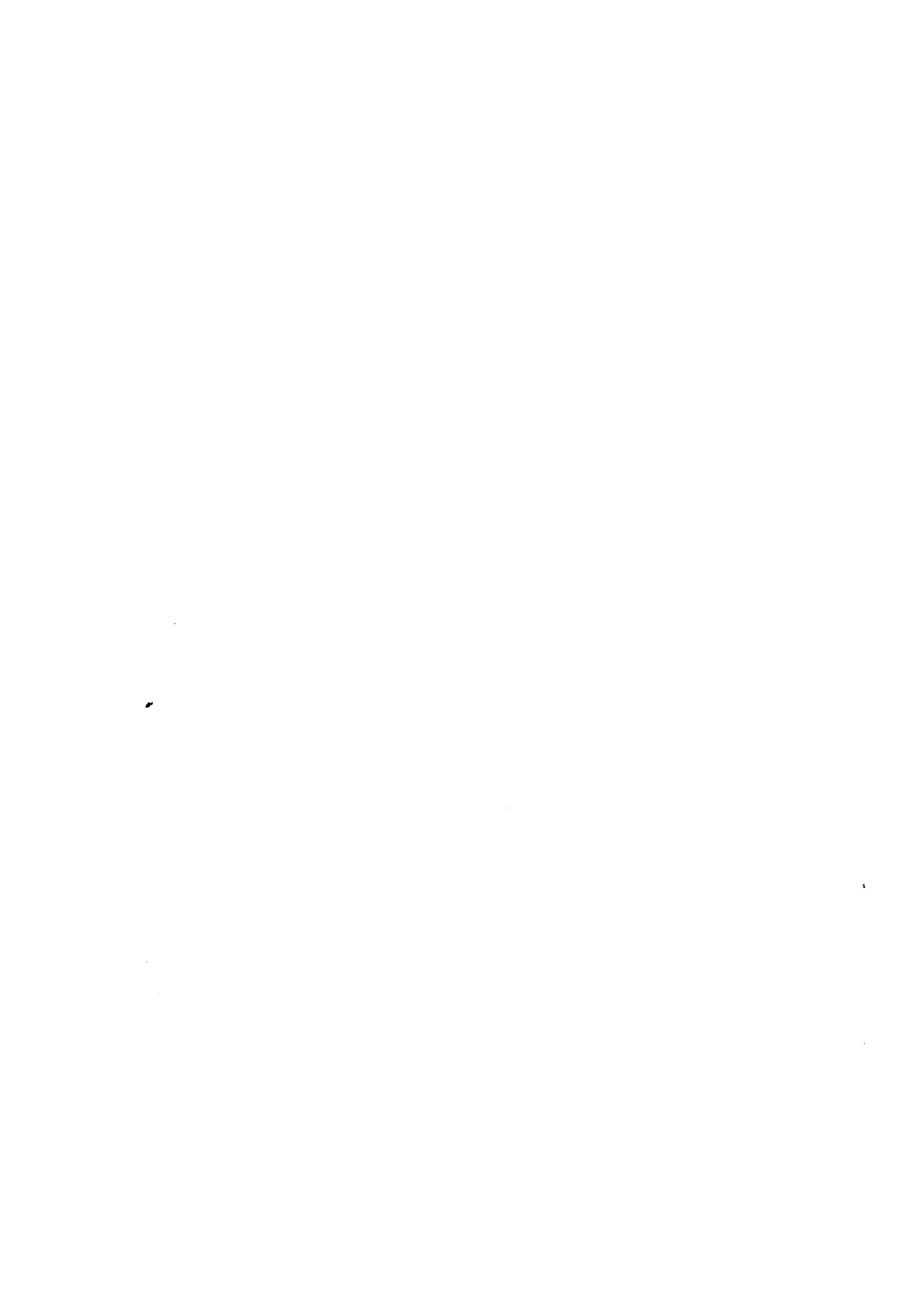


tqro12301426 NUM 17



tqro12301754 NUM 18





**NUM 19 to NUM 22: asymptotic patterns at stages i2, i3, i4, i5 of the chevron instability development with  $(c_1, c_2)$**

$L = 48$ ,  $c_0$  adapted,  $c_1 = -0.3, -0.175, -0.12, -0.1$ ,  $c_2 = -2$ ,  $dt = 0.2$ ,  $p_{max} = 96$ .

i2, i3, i4:  $t = 240$

i5:  $t = 80$ . Because symmetry is broken near  $t = 100$ , I show the solution at  $t = 80$  to give an idea of what could be a symmetrical asymptotic state.

---

**NUM 19 à NUM 22:**

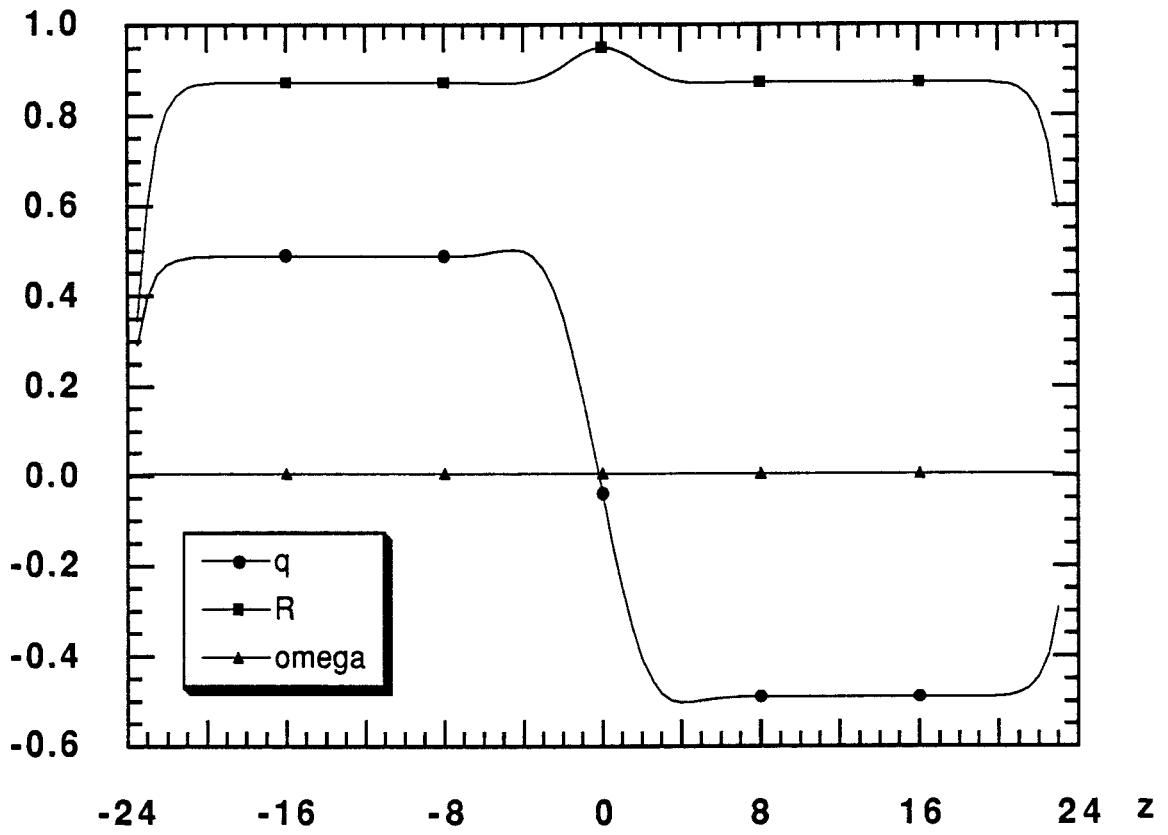
**structures asymptotiques aux stades i2, i3, i4, i5 du développement de l'instabilité du chevron lors de la variation de  $(c_1, c_2)$**

$L = 48$ ,  $c_0$  adapté,  $c_1 = -0.3, -0.175, -0.12, -0.1$ ,  $c_2 = -2$ ,  $dt = 0.2$ ,  $p_{max} = 96$ .

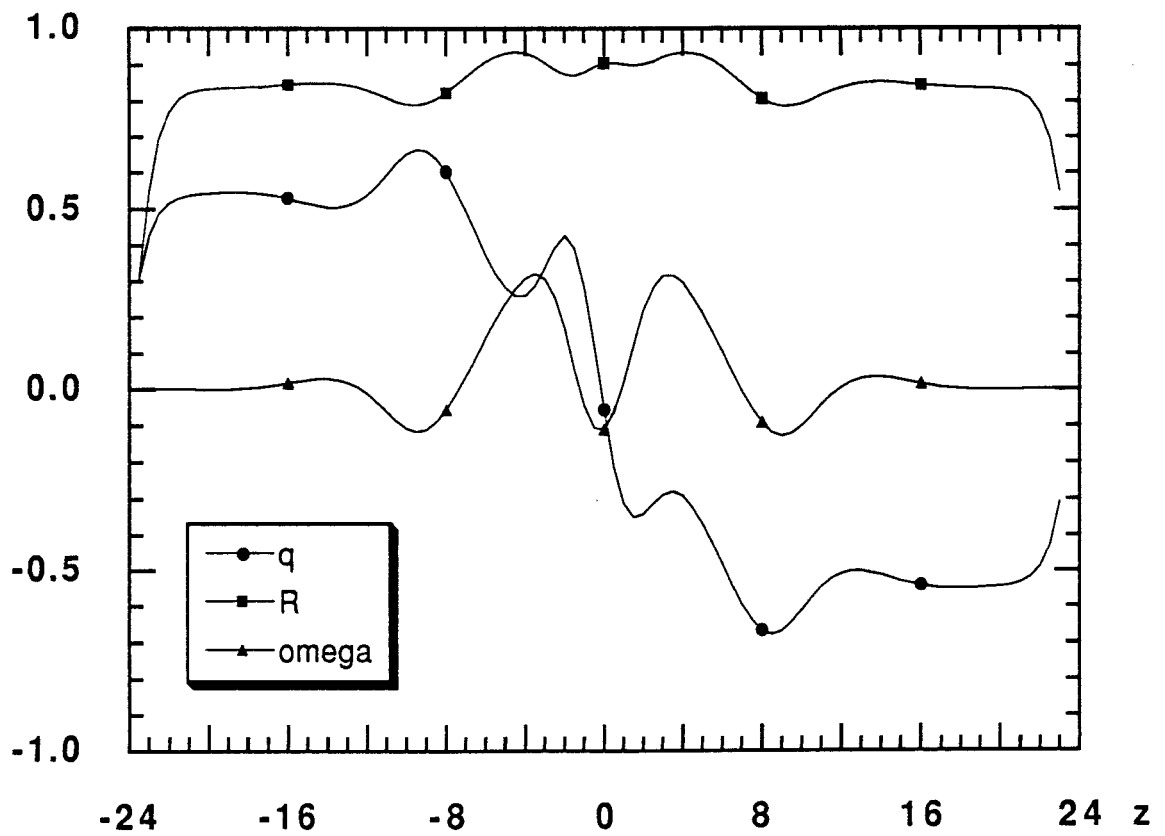
i2, i3, i4:  $t = 240$

i5:  $t = 80$ . Comme la symétrie se brise vers  $t = 100$ , je donne la solution à  $t = 80$ , pour donner une idée de ce que pourrait être un état asymptotique symétrique.

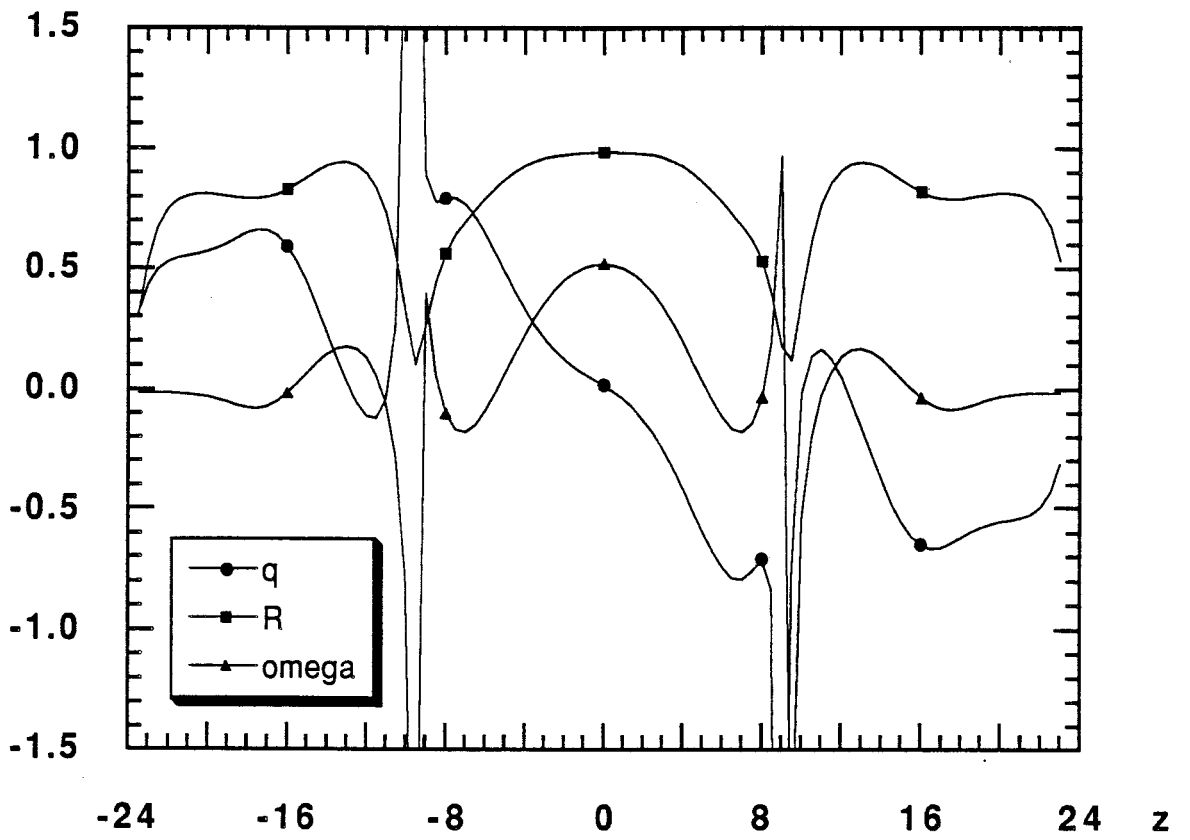
qro12292249 NUM 19



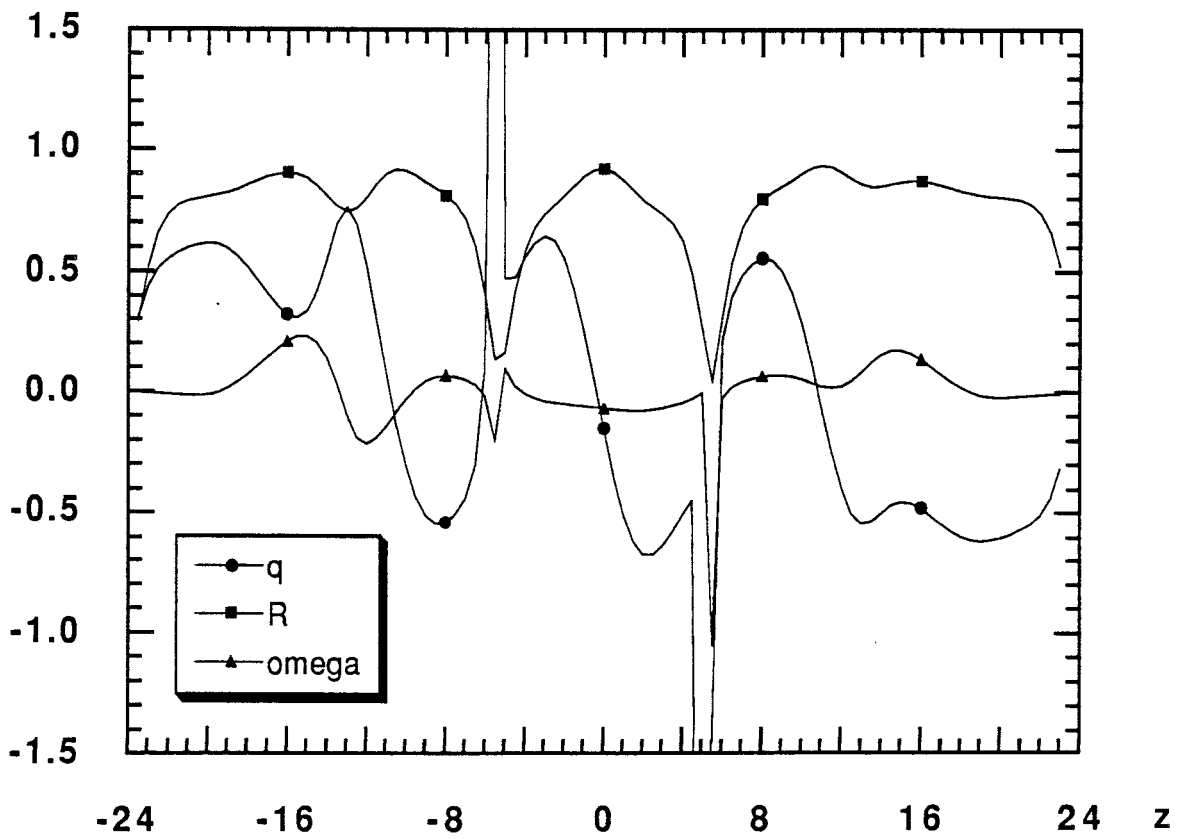
qro12292325 NUM 20



qro12301426 NUM 21



qro12301754t80 NUM 22





**NUM 23: the stability of the chevron compared with the stability of plane waves**

For each value of  $(c_1, c_2)$ , the chevron wave number  $q_\infty$  is compared with  $q_{Cl}$  and  $q_C$  defined as follows:

- For a wave-number greater than  $q_{Cl}$ , a plane wave is linearly unstable with respect to high wave-length perturbations.
- For a wave-number greater than  $q_C$ , a plane wave is unstable in the numerical simulation of GLCK1 with  $L = 2 (2\pi/q)$ ,  $c_0$  adapted,  $c_1$  variable,  $c_2 = -2$ ,  $dt = 0.2$ ,  $pmax = 96$ .

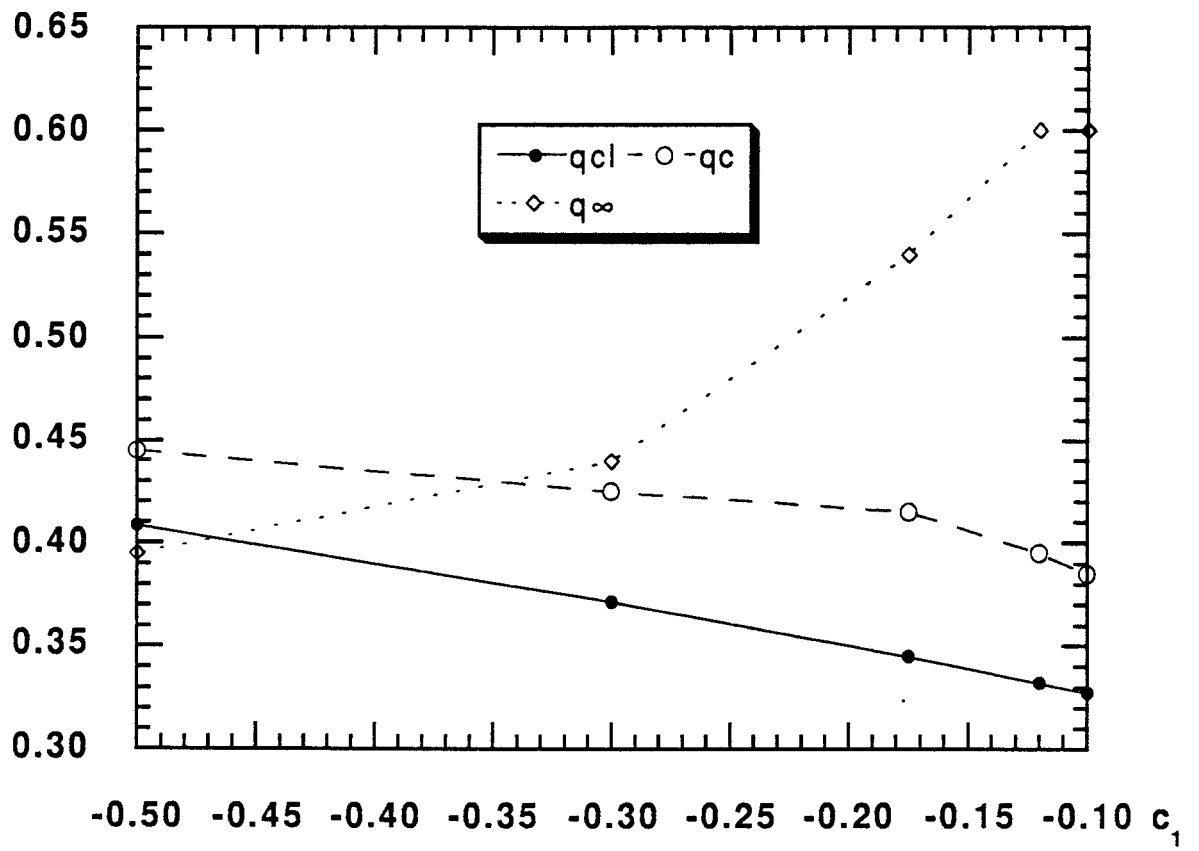
---

**NUM 23: stabilités comparées du chevron et des ondes planes**

Pour chaque  $(c_1, c_2)$ , le nombre d'onde du chevron  $q_\infty$  est comparé à  $q_{Cl}$  et  $q_C$  ainsi définis:

- Pour un nombre d'onde plus grand que  $q_{Cl}$ , une onde plane est linéairement instable vis à vis des perturbations à grande longueur d'onde.
- Pour un nombre d'onde plus grand que  $q_C$ , une onde plane est instable dans la simulation numérique de GLCK1 avec  $L = 2 (2\pi/q)$ ,  $c_0$  adapté,  $c_1$  variable,  $c_2 = -2$ ,  $dt = 0.2$ ,  $pmax = 96$ .





### HT 01: the chevron and its transient

Lines  $\text{real}(A(t, z)\exp(i \delta c_0 t)) \in \{-1, 0, +1\}$  are drawn.

If  $\delta c_0$  is such as  $c_0 + \delta c_0 = \sigma_i/\sigma_r$ , then the lines sketch the vortex cores (resulting from the definition (2.3.\$1) of complex amplitude A).

In the approximation of a x-progressive wave (c.f. § 4.2. and appendix A2), the coordinate t is equivalent to  $-x/c$ . Then, the figure can be considered also as a photograph of the vortex field: the obstacle is located to the right of the frame; the flow is coming in from the right.

The interest of introducing  $\delta c_0$  is to be able to choose  $c_0$  so as to improve the numerical precision (c.f. appendix A4), and still have a realistic representation (with  $\omega > 0$ ).

$L = 48, c_0 = c_2, \delta c_0 = 0.5, c_1 = 0.25, c_2 = -0.75, dt = 0.5, p_{\max} = 96, 0 < t < 150.$

---

### HT 01: le chevron et son transitoire

On trace les lignes d'équation  $\text{real}(A(t, z)\exp(i \delta c_0 t)) \in \{-1, 0, +1\}$ .

Si  $\delta c_0$  est tel que  $c_0 + \delta c_0 = \sigma_i/\sigma_r$ , alors ces lignes représentent les cœurs de vortex (en application de la définition (2.3.\$1) de l'amplitude complexe A).

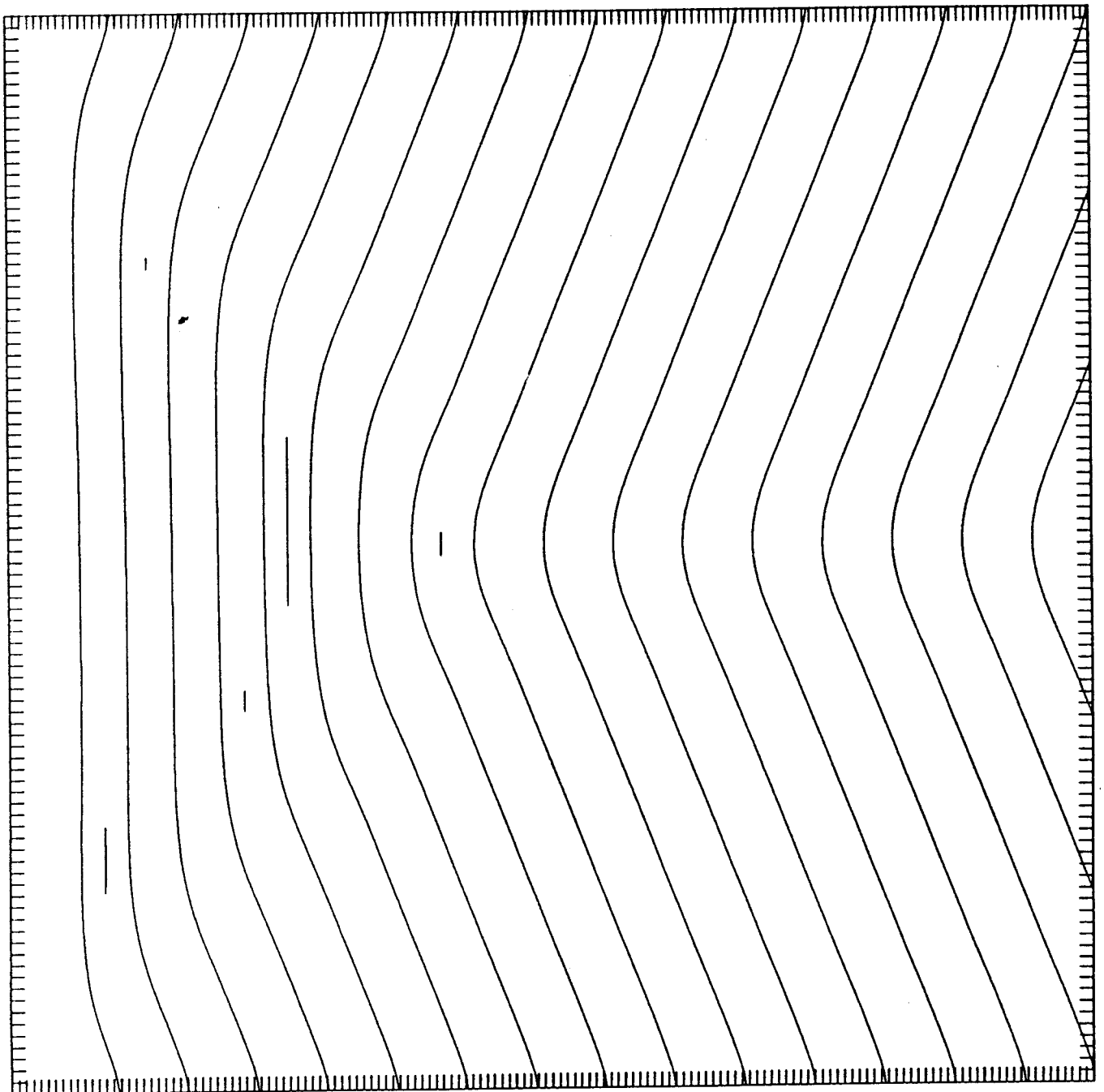
Dans l'approximation d'une onde progressive suivant x (c.f. § 4.2. et appendice A2), la coordonnée t est équivalente à  $-x/c$ . Alors, la figure peut être considérée aussi comme une photographie du champ de vortex: l'obstacle est placé à droite du cadre; l'écoulement vient de la droite.

L'introduction de  $\delta c_0$  permet de choisir  $c_0$  pour améliorer la précision numérique (c.f. appendice A4), tout en conservant une représentation réaliste (avec  $\omega > 0$ ).

$L = 48, c_0 = c_2, \delta c_0 = 0.5, c_1 = 0.25, c_2 = -0.75, dt = 0.5, p_{\max} = 96, 0 < t < 150.$

HT 01

-0.4460365E+00



CONTOUR FROM -1.0000 TO 1.0000 CONTOUR INTERVAL OF 1.0000 PT(3.3)= 0.45670E-01

### HT 02: the chevron and its transient

Lines  $\text{real}(A(t, z)) \in \{-1, 0, +1\}$  are drawn.

The field  $A(t, z)$  is identical to that of HT 01, but, as  $\delta c_0$  has been canceled in the visualization procedure, the resemblance with a flow photograph is lost.

$L = 48, c_0 = c_2, c_1 = 0.25, c_2 = -0.75, dt = 0.5, p_{\max} = 96, 0 < t < 150.$

---

### HT 02: le chevron et son transitoire

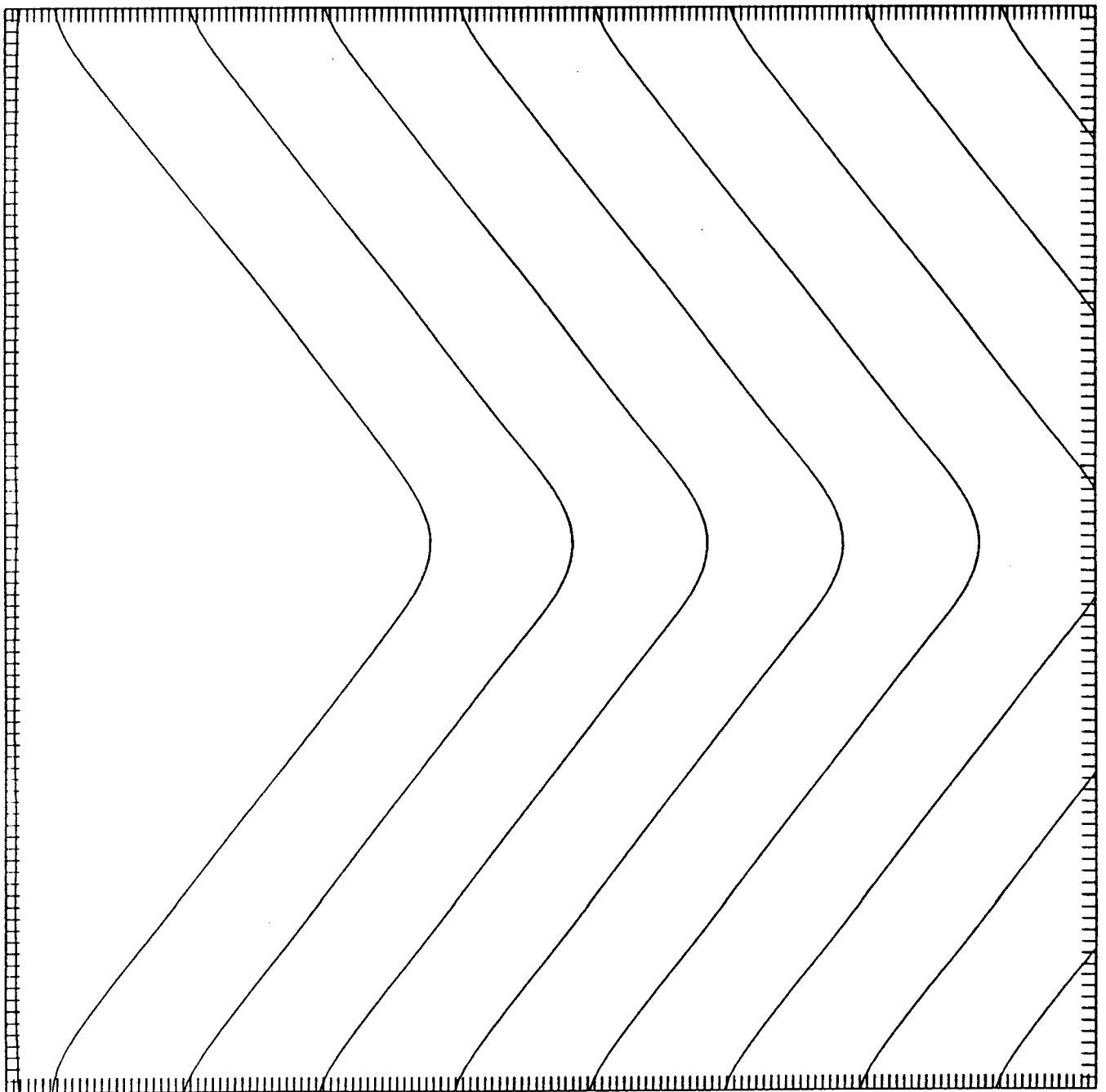
On trace les lignes d'équation  $\text{real}(A(t, z)) \in \{-1, 0, +1\}$ .

Par rapport à HT 01, le champ  $A(t, z)$  est inchangé, mais, comme  $\delta c_0$  a été supprimé de la procédure de visualisation, la ressemblance avec une photographie de l'écoulement est perdue.

$L = 48, c_0 = c_2, c_1 = 0.25, c_2 = -0.75, dt = 0.5, p_{\max} = 96, 0 < t < 150.$

HT 02

0.4219640E+00



CONTOUR FROM -1.0000 TO 1.0000 CONTOUR INTERVAL OF 1.0000 PT(3,3)=-0.92860E-02

**HT 03 to HT 06: wake patterns at stages i2, i3, i4, i5 of the chevron instability development with  $(c_1, c_2)$**

Lines  $\text{real}(A(t, z)\exp(i \delta c_0 t)) \in \{-1, 0, +1\}$  are drawn.

$L = 48$ ,  $c_0$  adapted,  $c_1 = -0.3, -0.175, -0.12, -0.1$ ,  $c_2 = -2$ ,  $dt = 0.2$ ,  $p_{\max} = 96$ ,  
 $\delta c_0 = 0.5$ ,  $0 < t < 240$  (HT 03: 120).

---

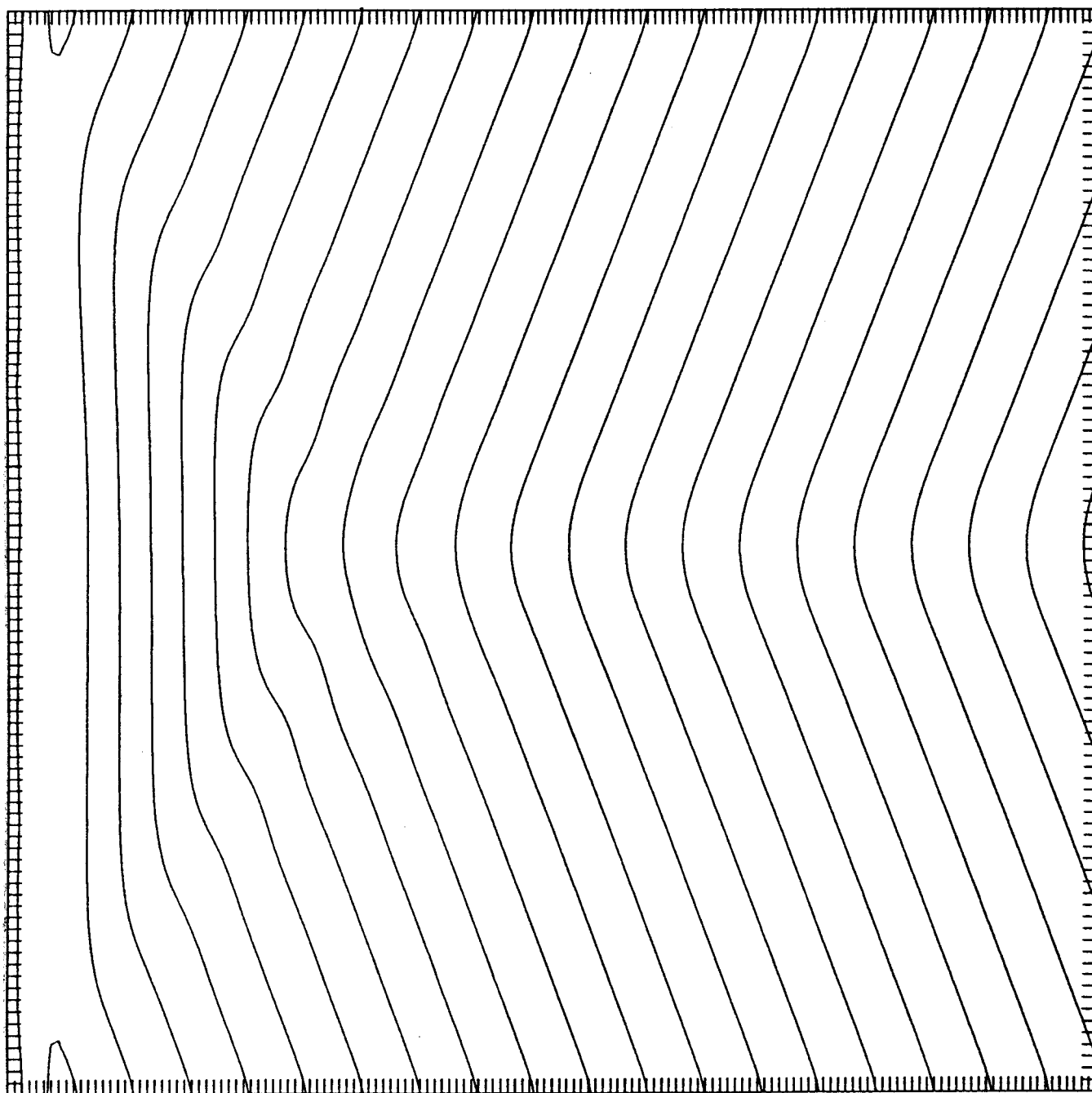
**HT 03 à HT 06: stades i2, i3, i4, i5 du développement de l'instabilité du chevron au cours d'une variation de  $(c_1, c_2)$**

On trace les lignes d'équation  $\text{real}(A(t, z)\exp(i \delta c_0 t)) \in \{-1, 0, +1\}$ .

$L = 48$ ,  $c_0$  adapté,  $c_1 = -0.3, -0.175, -0.12, -0.1$ ,  $c_2 = -2$ ,  $dt = 0.2$ ,  $p_{\max} = 96$ ,  
 $\delta c_0 = 0.5$ ,  $0 < t < 240$  (HT 03: 120).

HT 03

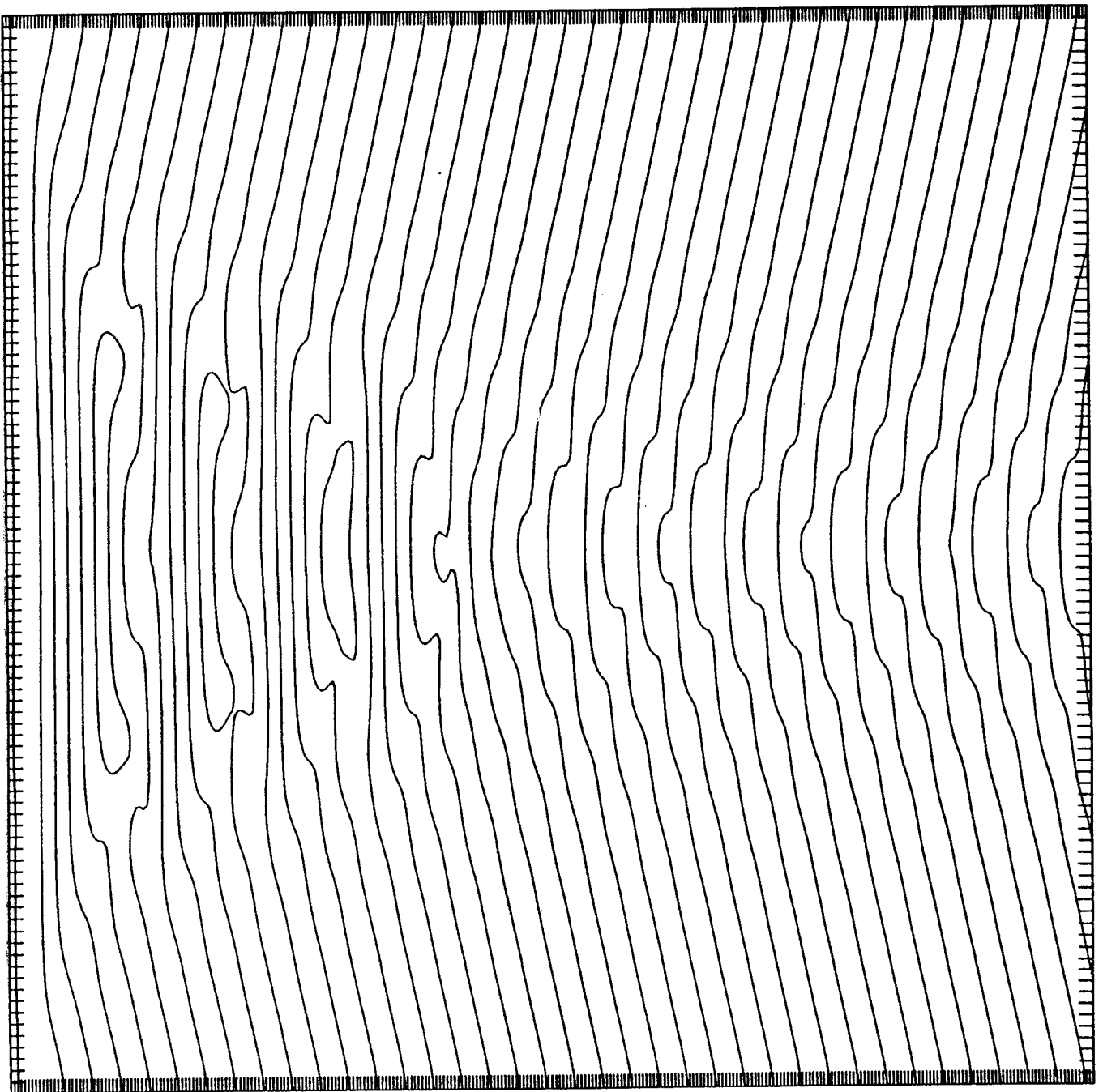
0.6739968E+00



CONTOUR FROM -1.0000 TO 1.0000 CONTOUR INTERVAL OF 1.0000 PT(3,3)=-0.84020E-03

HT 04

-0.2415689E+00

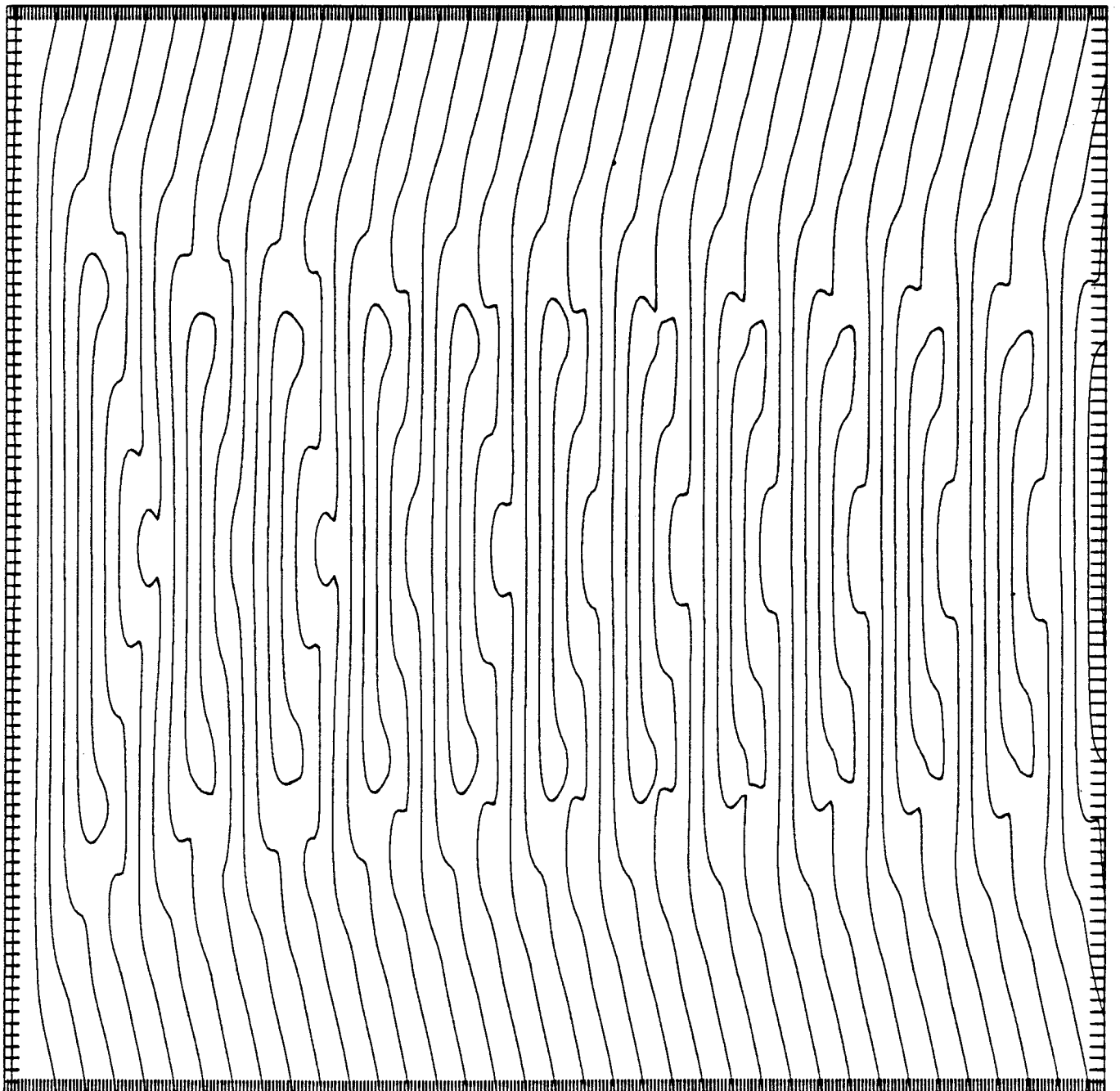


CONTOUR FROM -1.000 TO 1.000 CONTOUR INTERVAL OF 1.000 PT(3,3)= 0.65924E-02



HT 05

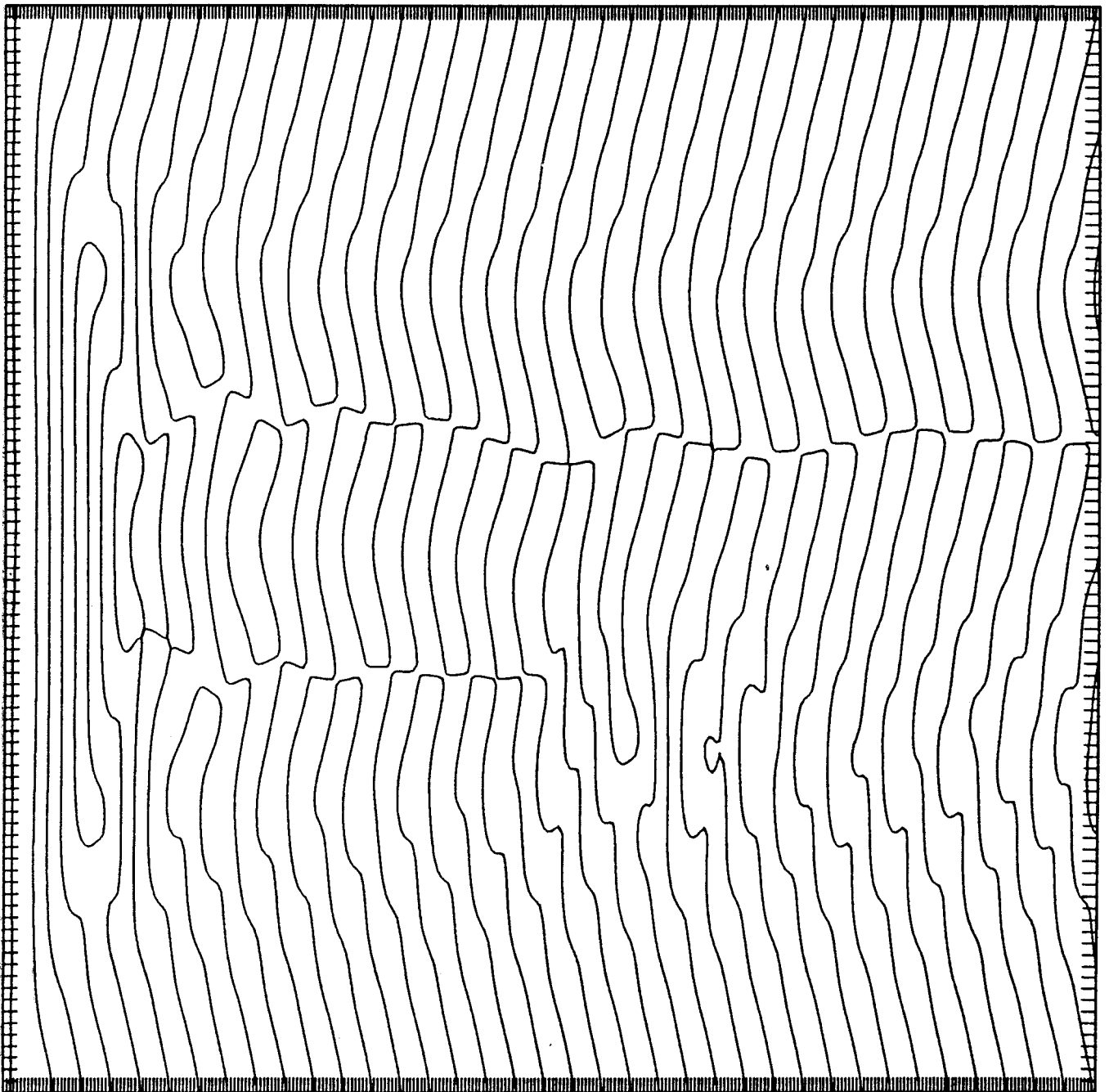
-0.7727550E+00



CONTOUR FROM -1.0000 TO 1.0000 CONTOUR INTERVAL OF 1.0000 PT(3,3)= 0.42222E-02

HT 06

0.1285564E+00



CONTOUR FROM -1.0000 TO 1.0000 CONTOUR INTERVAL OF 1.0000 PT(3,3)= 0.596058-02



**HT 07 to HT 10: grey tones of  $\text{real}(A(t, z))$  at stages i2, i3, i4, i5 of the chevron instability development with  $(c_1, c_2)$**

The reorganization of "vortices" yielding the broken chevron is provisional in stage i3 (HT 08) and permanent in stage i4 (HT 09).

$L = 48$ ,  $c_0$  adapted,  $c_1 = -0.3, -0.175, -0.12, -0.1$ ,  $c_2 = -2$ ,  $dt = 0.2$ ,  $p_{\max} = 96$ ,  
 $0 < t < 120$ .

---

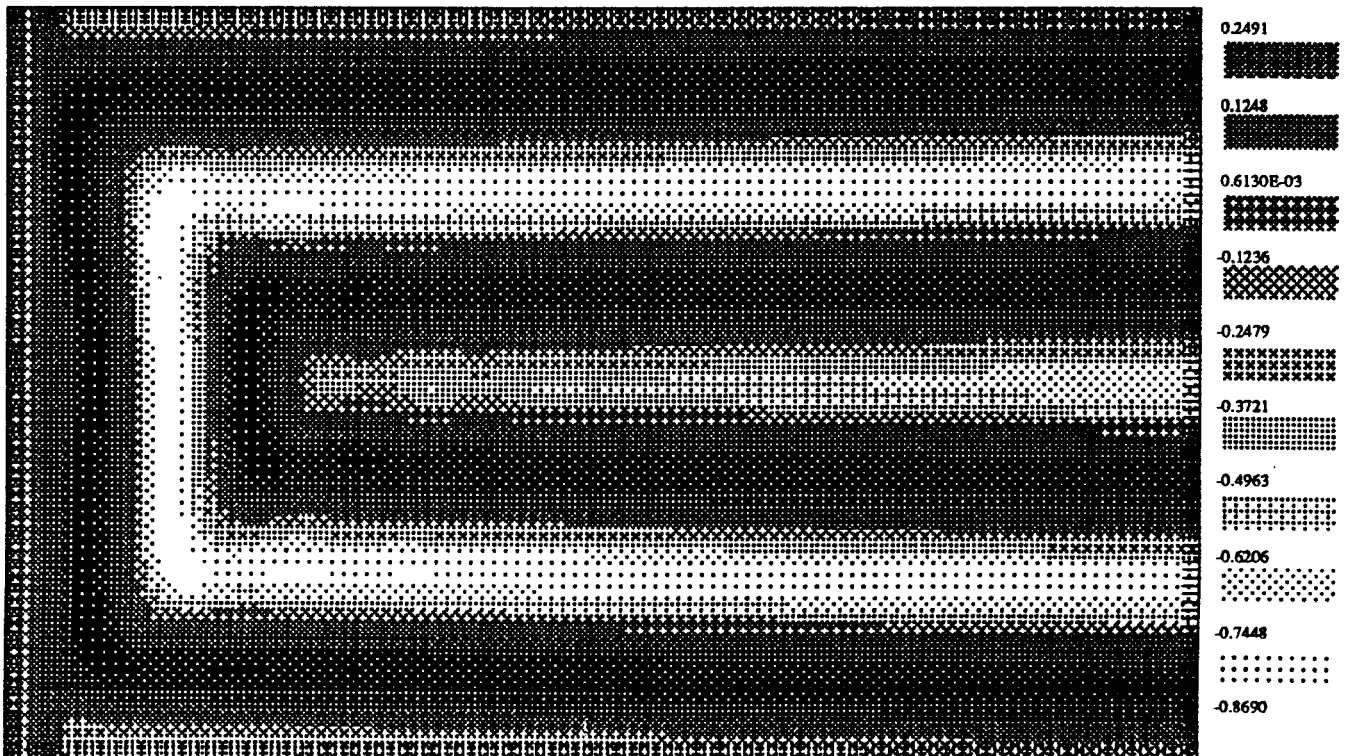
**HT 07 à HT 10: tons de gris de  $\text{real}(A(t, z))$  aux stades i2, i3, i4, i5 du développement de l'instabilité du chevron au cours d'une variation de  $(c_1, c_2)$**

La réorganisation de "vortex" responsable de la brisure du chevron est provisoire au stade i3 (HT 08) et permanente au stade i4 (HT 09).

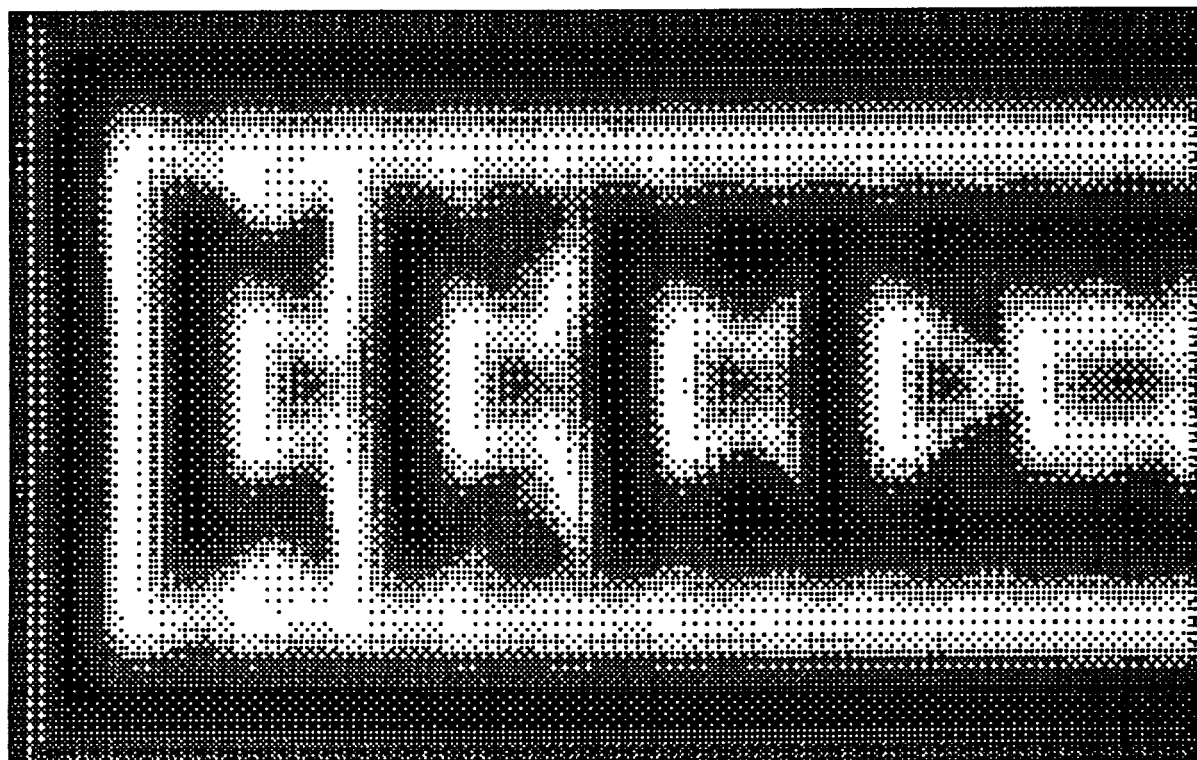
$L = 48$ ,  $c_0$  adapted,  $c_1 = -0.3, -0.175, -0.12, -0.1$ ,  $c_2 = -2$ ,  $dt = 0.2$ ,  $p_{\max} = 96$ ,  
 $0 < t < 120$ .

HT 07

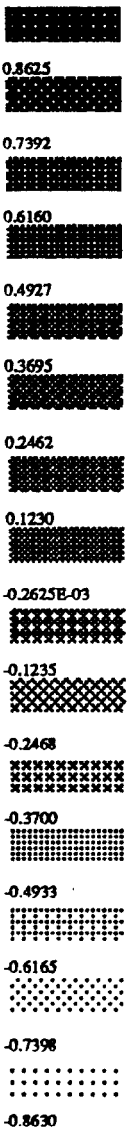
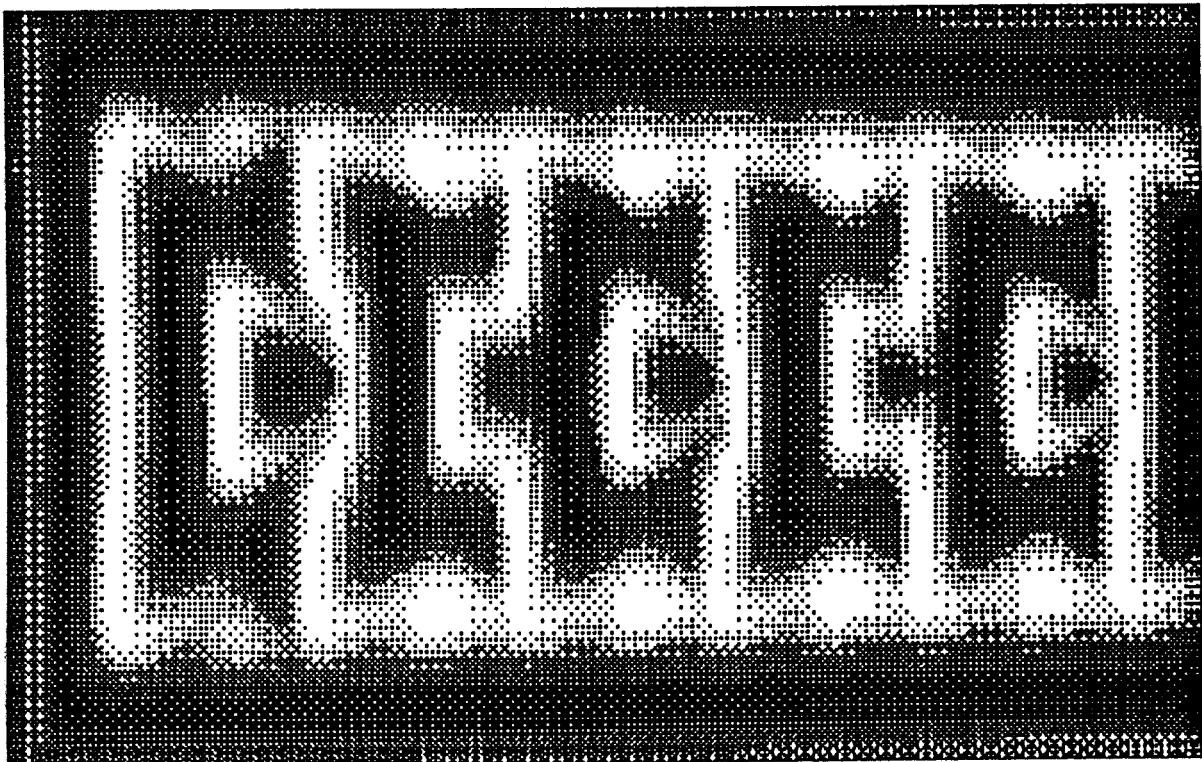
-0.7316620E+00



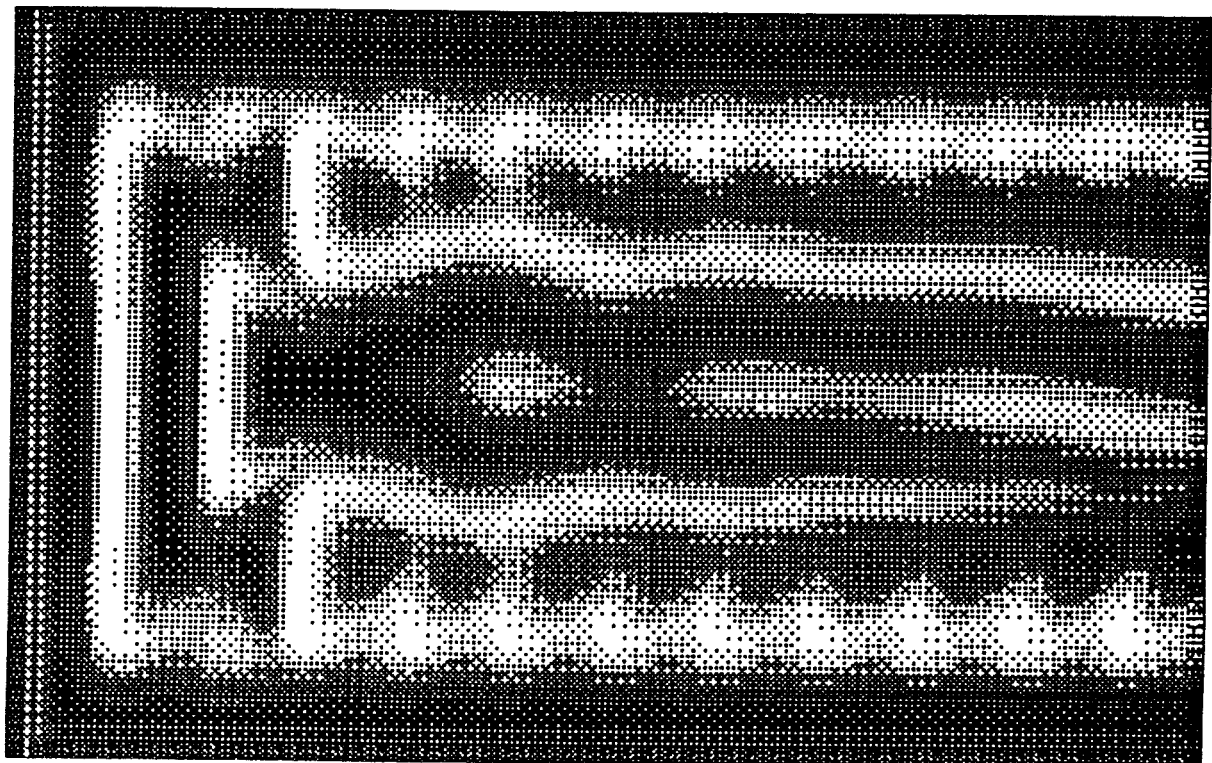
-0.3315220E+00



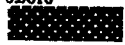
0.4182790E+00



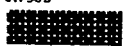
0.2256470E+00



0.8616



0.7385



0.6154



0.4923



0.3692



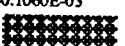
0.2461



0.1230



-0.1060E-03



-0.1232



-0.2463



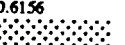
-0.3694



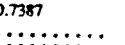
-0.4925



-0.6156



-0.7387



-0.8618



**HT 11 to HT 20: development of the chevron instability with increasing L**

L = 24 (HT 11, HT 16), 36 (HT 12, HT 17), 60 (HT 13, HT 18), 84 (HT 14, HT 19), 96 (HT 15, HT 20). The case L = 48 is presented on HT 05, HT 09.

Variable L,  $c_0 = -1.41$  (adapted),  $c_1 = -0.120$ ,  $c_2 = -2.$ ,  $dt = 0.2$ ,  $p_{max} = 2 L$ ,  $0 < t < 240$ .

HT 16, HT 17, HT 18, HT 19, HT 20: lines  $\text{real}(A(t, z)\exp(i \delta c_0 t)) \in \{-1, 0, +1\}$  are drawn with  $\delta c_0 = 0.5$ .

---

**HT 11 à HT 20: développement de l'instabilité du chevron avec L croissant**

L = 24 (HT 11, HT 16), 36 (HT 12, HT 17), 60 (HT 13, HT 18), 84 (HT 14, HT 19), 96 (HT 15, HT 20). Le cas L = 48 est présenté en HT 05, HT 09.

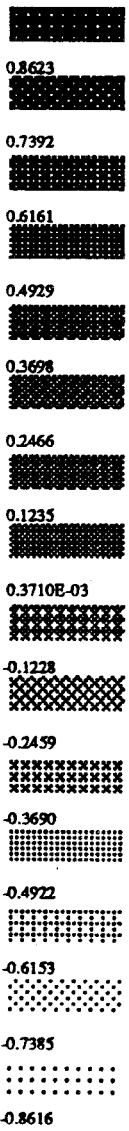
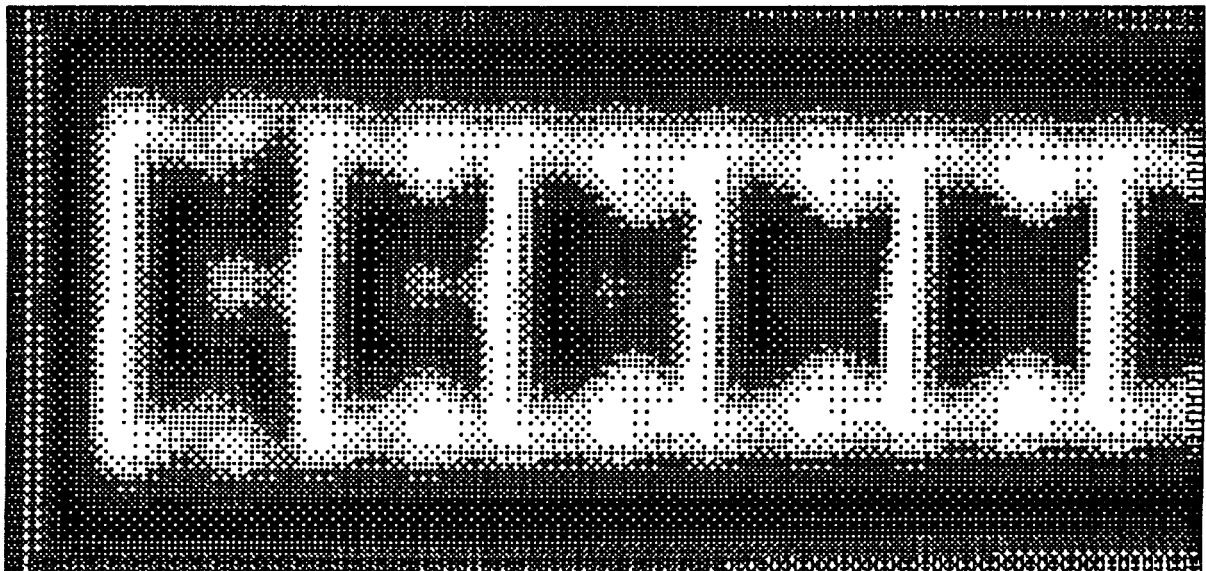
L variable,  $c_0 = -1.41$  (adapté),  $c_1 = -0.120$ ,  $c_2 = -2.$ ,  $dt = 0.2$ ,  $p_{max} = 2 L$ ,  $0 < t < 240$ .

HT 16, HT 17, HT 18, HT 19, HT 20: on trace les lignes d'équation  $\text{real}(A(t, z)\exp(i \delta c_0 t)) \in \{-1, 0, +1\}$ , avec  $\delta c_0 = 0.5$ .

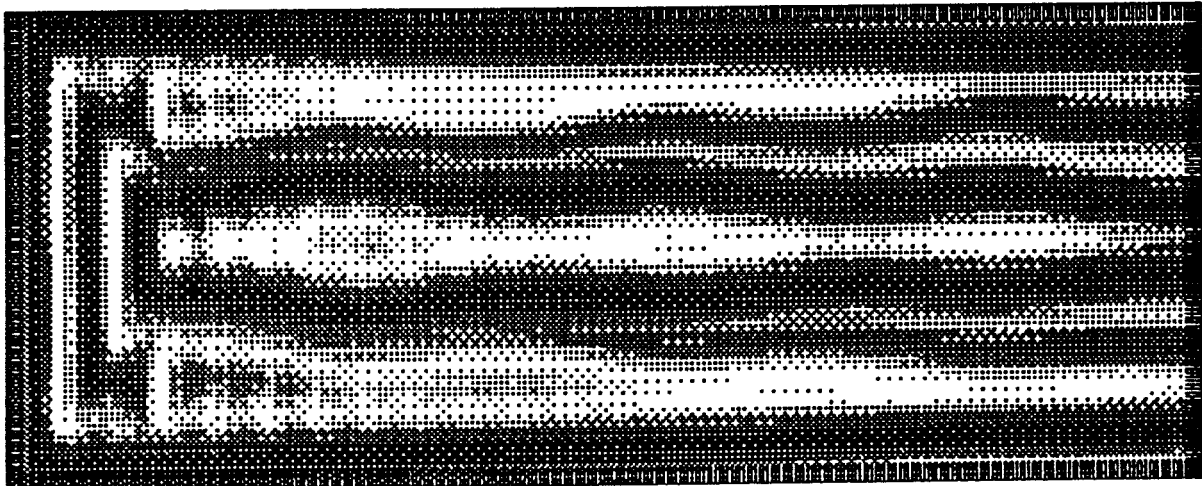
-0.9007420E+00



0.3020400E+00



-0.3279760E+00



0.8627



0.7394



0.6162



0.4929



0.3696



0.2464



0.1231



-0.1470E-03



-0.1234



-0.2467



-0.3699



-0.4932



-0.6165

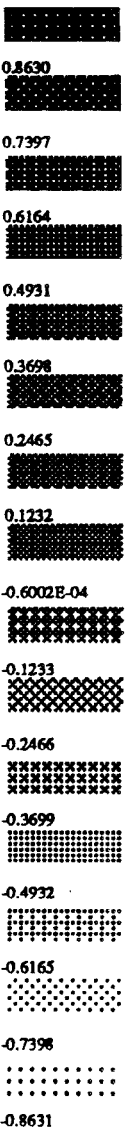
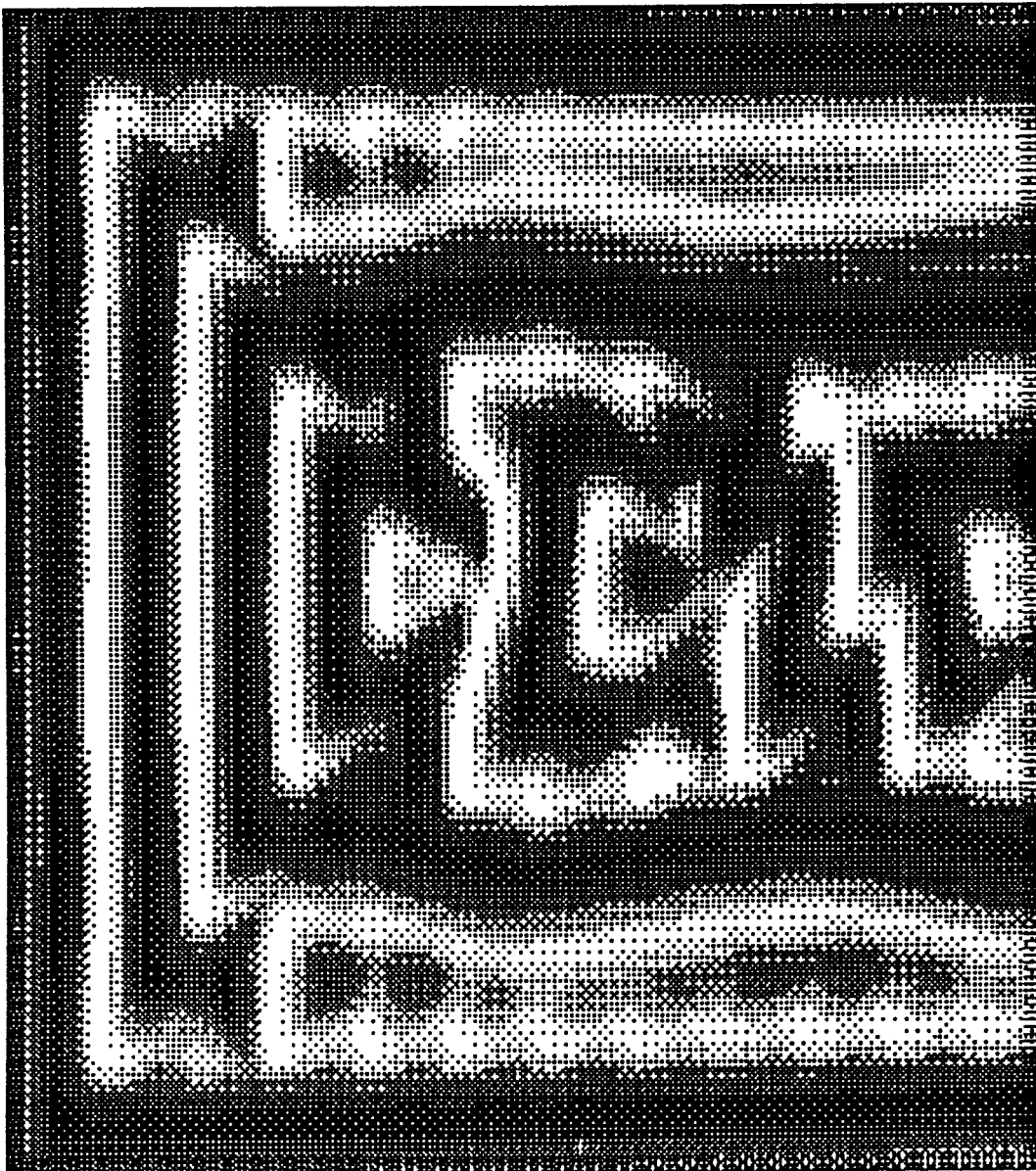


-0.7397

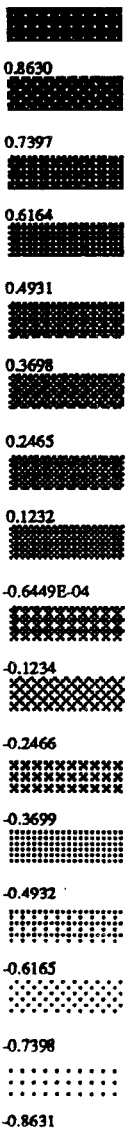
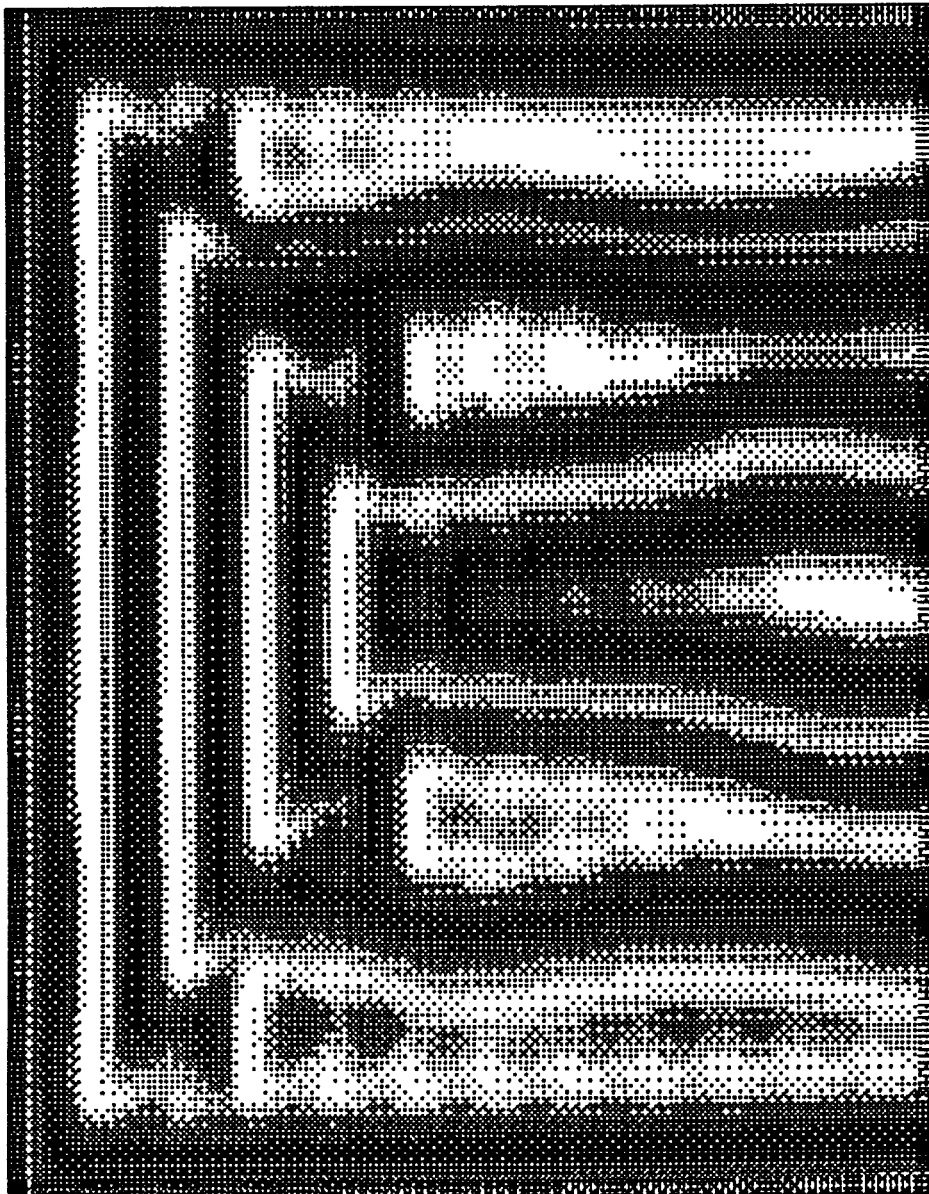


-0.8630

-0.7956080E+00

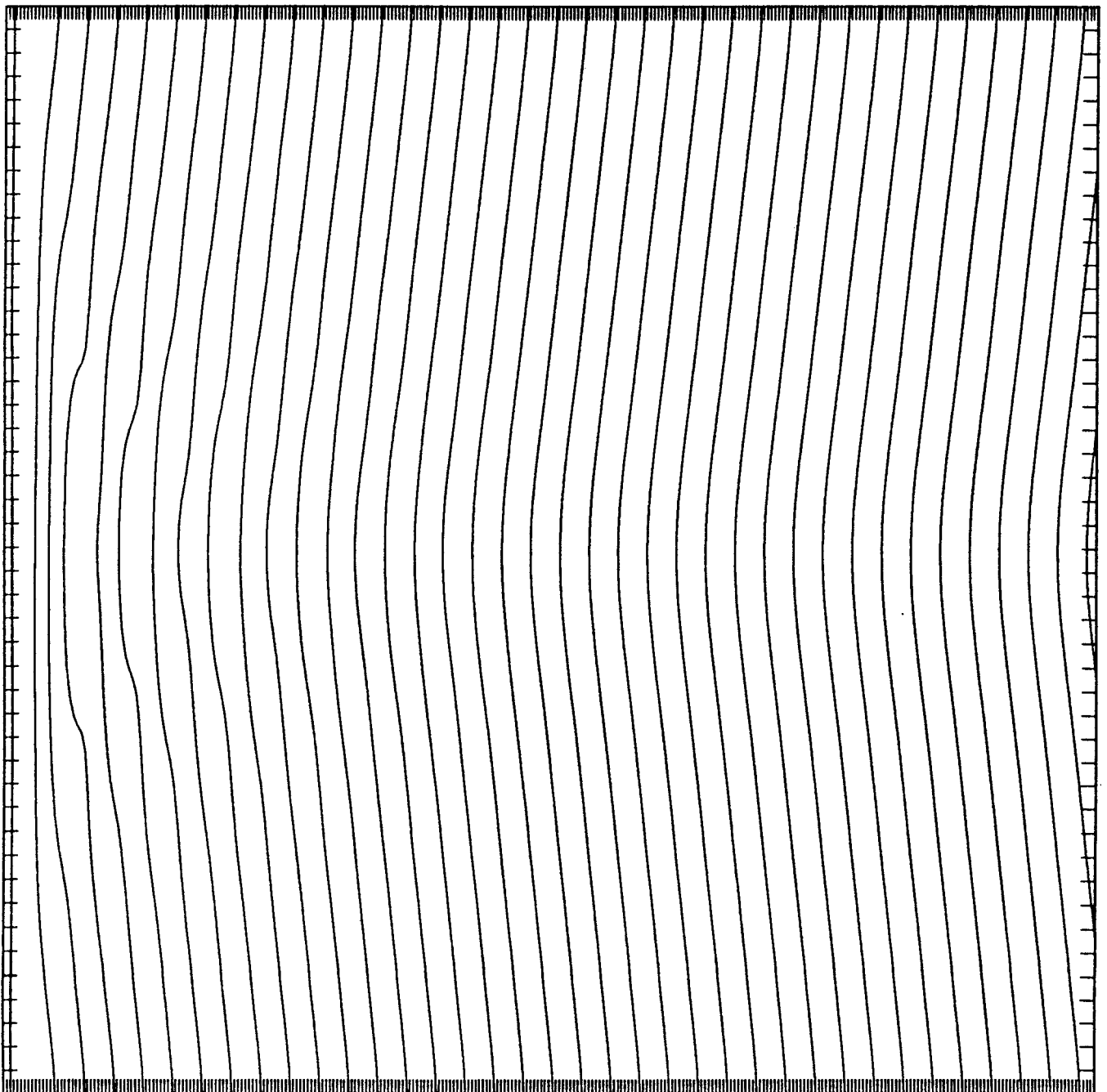


-0.8395960E+00



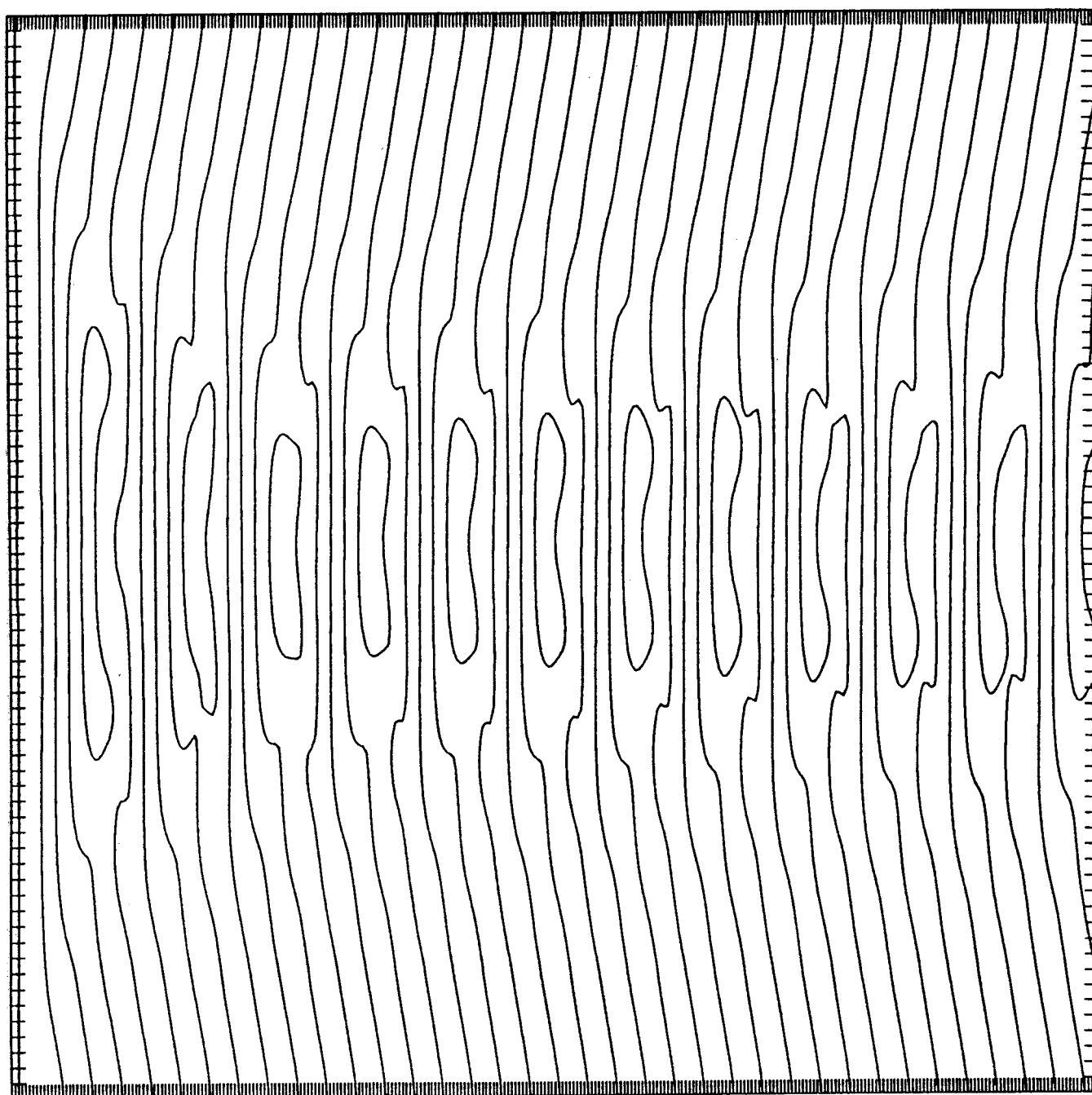
HT 16

-0.8130994E+00



HT 17

0.8728315E+00

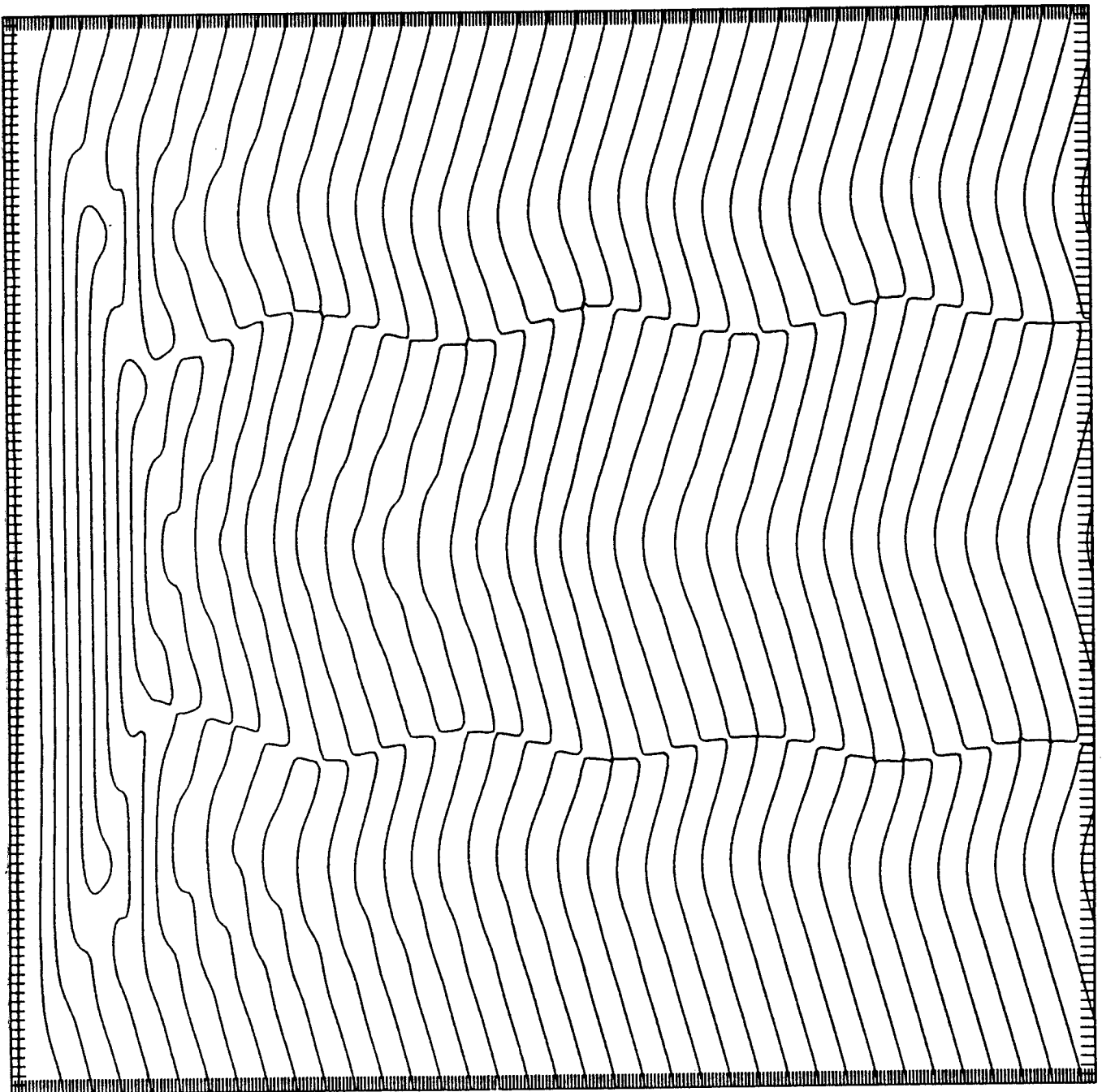


CONTOUR FROM -1.0000 TO 1.0000 CONTOUR INTERVAL OF 1.0000 PT(3,3)= 0.42222E-02



HT 18

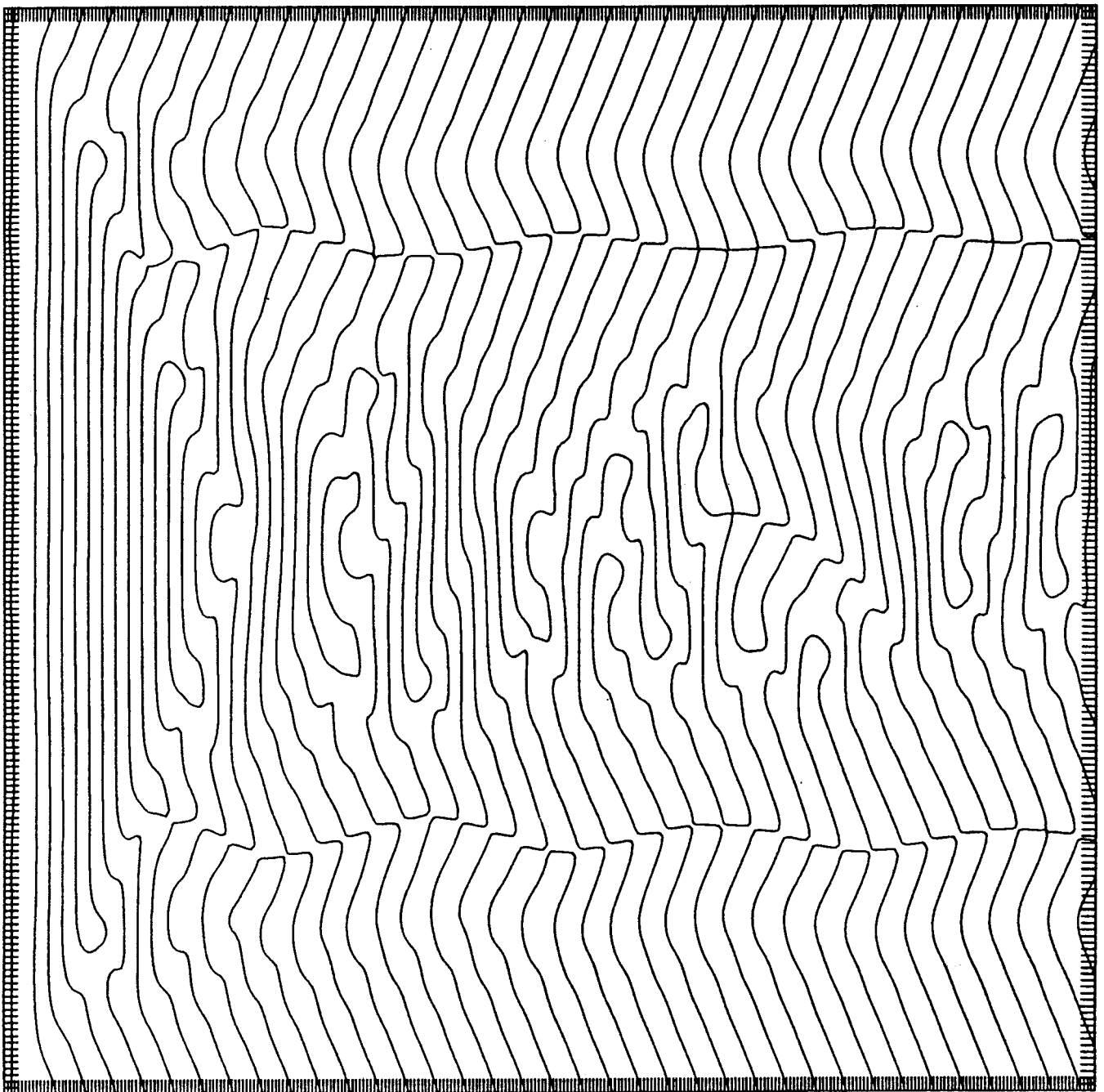
-0.5109238E+00



CONTOUR FROM -1.0000 TO 1.0000 CONTOUR INTERVAL OF 1.0000 PT(3,3)= 0.42222E-02

HT 19

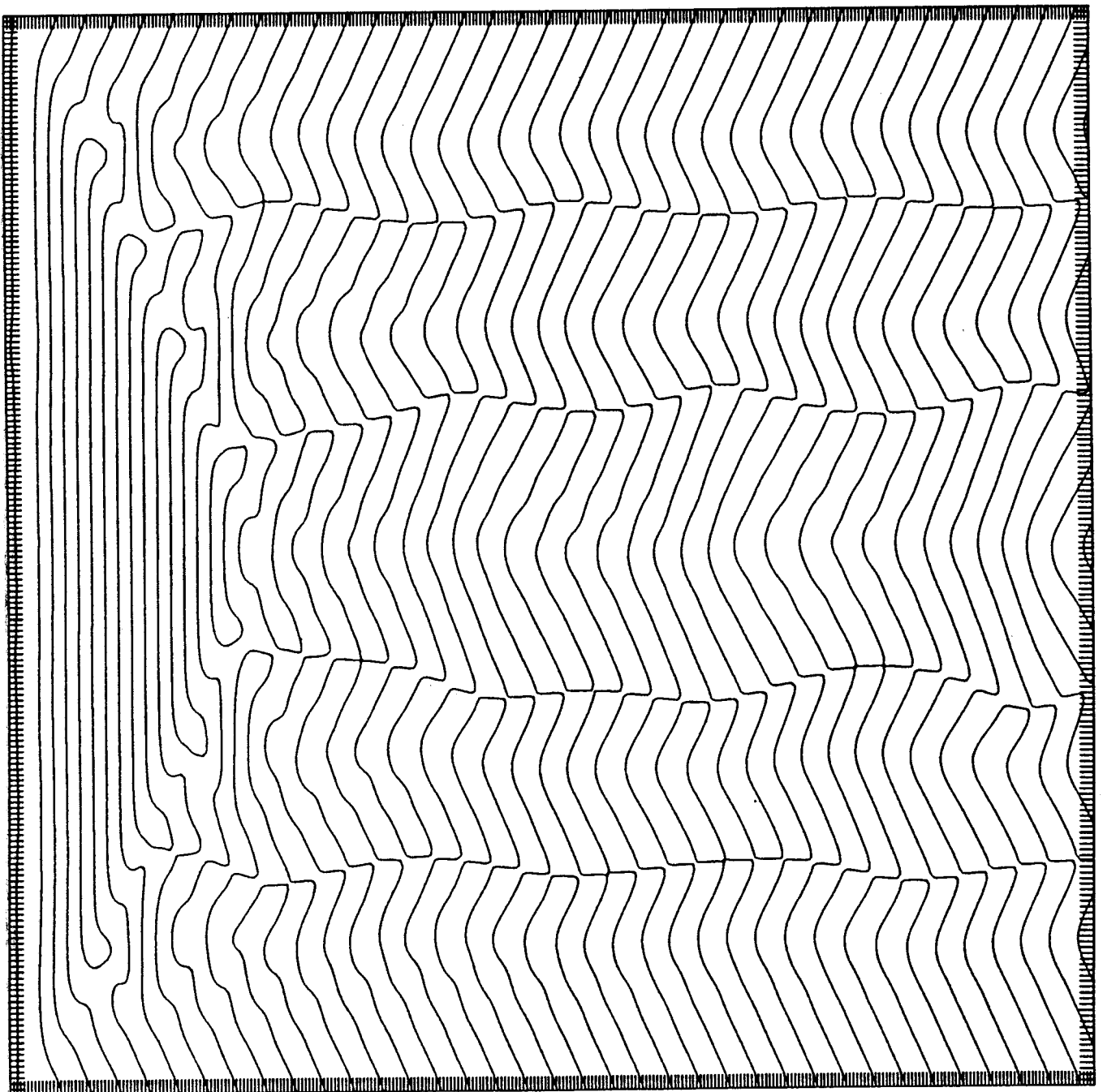
-0.8224109E+00



CONTOUR FROM -1.0000 TO 1.0000 CONTOUR INTERVAL OF 1.0000 PT(3,3)= 0.42222E-02

HT 20

-0.6582398E+00



CONTOUR FROM -1.0000 TO 1.0000 CONTOUR INTERVAL OF 1.0000 PT(3,3)= 0.42222E-02

**HT 21: an unstable oblique plane wave with periodic boundary conditions ( $e = 1$ )**

$q = 0.5$ ,  $L = 2\lambda = 25.1327$ ,  $c_0 = -1.46$ ,  $c_1 = -0.175$ ,  $c_2 = -2$ ,  $dt = 0.2$ ,  $p_{\max} = 48$ ,  
 $0 < t < 120$ .

---

**HT 21: une onde plane oblique avec des conditions aux limites périodiques ( $e = 1$ )**

$q = 0.5$ ,  $L = 2\lambda = 25.1327$ ,  $c_0 = -1.46$ ,  $c_1 = -0.175$ ,  $c_2 = -2$ ,  $dt = 0.2$ ,  $p_{\max} = 48$ ,  
 $0 < t < 120$ .

-0.1563140E+00

